DER PERIODEN-UMFORMER

MIT

EINPHASIG BELASTETEM SEKUNDÄRSTROMKREISE.

VON

THEODOR VETTER

DIPLOM-INGENIEUR.

VON DER K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN (DOKTOR-INGENIEURS) GENEHMIGTE DISSERTATION.

REFERENT: PROFESSOR **JOHANN OSSANNA**

KORREFERENT: PROFESSOR **LEO KADRNOZKA.**

MÜNCHEN

DR. WILD'SCHE BUCHDRUCKEREI GEBR. PARCUS

1909.

DER PERIODEN-UMFORMER

MIT

EINPHASIG BELASTETEM SEKUNDÄRSTROMKREISE.

VON

THEODOR VETTER

DIPLOM-INGENIEUR.

VON DER K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN (DOKTOR-INGENIEURS) GENEHMIGTE DISSERTATION.

AGAD. LUCD NAT. BIBL.

REFERENT: PROFESSOR **JOHANN OSSANNA**

KORREFERENT: PROFESSOR **LEO KADRNOZKA.**

MÜNCHEN

DR. WILD'SCHE BUCHDRUCKEREI GEBR. PARCUS

1909.

Vorwort.

Zur Ausführung der vorliegenden Arbeit wurde ich von Herrn Professor Ossanna angeregt und konnten, dank seinem Entgegenkommen, die Versuche im elektrotechnischen Institut der technischen Hochschule zu München angestellt werden. Zur Lösung der Aufgabe wurde das Rechnungsverfahren übernommen, das Professor Ossanna seinen Vorlesungen zugrunde gelegt hat.

Für die Anregung und das bei Durchführung der Arbeit entgegengebrachte Interesse sei an dieser Stelle Herrn Professor Ossanna mein Dank ausgesprochen.

München, im August 1909.

Th. Vetter.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554813_0109

Wird der Stator eines Induktions-Motors mit Drehstrom konstanter Periodenzahl gespeist, so entstehen in der Rotorwicklung E. M. Ke., deren Periodenzahl von der Umlaufgeschwindigkeit des Rotors abhängt. Infolgedessen kann jeder Induktions-Motor auch als Maschine zur Periodenumformung verwendet werden.

Bezeichnet:

ν_1 die Periodenzahl des primär zugeführten Drehstromes;
p die Polpaarzahl, welche die mit Drehstrom gespeiste Statorwicklung ausbildet;
n_1 die Tourenzahl des primären Drehfeldes pro Minute;
n_2 die Tourenzahl des Rotors pro Minute;

dann ist:

$$n_1 = \frac{60 \cdot \nu_1}{p} \quad \ldots\ldots \text{I.}$$

und die Periodenzahl in der Rotorwicklung rechnet sich zu: $p \cdot \frac{n_1 - n_2}{60}$. Dabei stellt $(n_1 - n_2)$ die sogenannten Schlupftouren dar und entsprechend dieser, für die sekundäre (Rotor-) Periodenzahl maßgebenden Größe soll auch diese sekundäre Periodenzahl durch den Ausdruck $(\nu_1 - \nu_2)$ gekennzeichnet werden, so daß sich ergibt:

$$\nu_1 - \nu_2 = p \cdot \frac{(n_1 - n_2)}{60} \quad \ldots\ldots \text{II.}$$

Eine Vereinigung von Gleichung I und II liefert die Beziehung:

$$\nu_2 = p \frac{n_2}{60}$$

d. h. ν_2 stellt eine Periodenzahl dar, welche der Polpaarzahl p und der Rotortourenzahl n_2 entspricht; diese Periodenzahl tritt aber in Wirklichkeit nicht auf.

Bezüglich der Vorzeichen ist folgende Festsetzung getroffen: Als positive Umlaufrichtung gilt diejenige des primären Drehfeldes und zwar ist ein links drehendes Primärfeld den weiteren Betrachtungen zu Grunde gelegt. Damit hat n_2 positives Vor-

zeichen, wenn Rotor und primäres (Stator-) Drehfeld im gleichen Sinne umlaufen; es hat negatives Vorzeichen, wenn die Rotorbewegung entgegen der Bewegung des Statorfeldes erfolgt.

Wie aus Gleichung II. hervorgeht, läßt sich durch beliebige Wahl von n_2 jede gewünschte Periodenzahl im Rotor erzielen.

Für Rotortourenzahlen n_2 in positivem Sinne zwischen den Werten o und n_1 erhält man sekundäre Periodenzahlen zwischen ν_1 und o; man erzielt Periodenverminderung.

Für Rotortourenzahlen n_2 in negativem Sinne wird die sekundäre Periodenzahl größer wie die primäre; man erreicht Periodenerhöhung.

Im ersten Falle wirkt der Periodenumformer gleichzeitig als Motor, indem er auch eine bestimmte mechanische Leistung abgeben muß; im letzeren Falle ist ihm dagegen ein bestimmter Betrag an mechanischer Leistung zuzuführen.

Ein Antrieb im positiven Sinne mit Tourenzahlen, die größer wie n_1 sind (also übersynchron) bedingt je nach der Höhe von n_2 im Rotor Periodenzahlen, die größer oder kleiner ν_1 sind. In dieser Benützungsart ist aber die Maschine nicht mehr als Periodenumformer, sondern als asynchroner Generator anzusehen.

Die folgende Abhandlung beschränkt sich lediglich darauf, das Verhalten des Periodenumformers zu untersuchen, wobei die weitere Annahme getroffen ist, daß der Rotor eine Einphasenwicklung besitzt d. h. daß Hand in Hand mit der Umwandlung der Periodenzahl auch eine Transformierung von Drehstrom in Einphasenstrom stattfinde.

Unter dieser Voraussetzung ist es möglich zunächst eine Überlegung anzustellen über die Vorgänge, welche sich in der Maschine vollziehen.

Dem Stator wird ein Drehstrom J_1 von der Periodenzahl ν_1 zugeführt. Dieser Strom erzeugt, abgesehen von dem Streufelde $H_{1\sigma}$, ein beide Wicklungen durchsetzendes Drehfeld H_{12}, welches mit n_1 Touren im Luftraum rotiert.

In der Einphasenwicklung des Rotors, dessen Antrieb mit konstanter Tourenzahl n_2 erfolgt, entsteht somit eine Wechselspannung, deren Periodenzahl $(\nu_1 - \nu_2)$ durch die Differenztourenzahl zwischen Drehfeld- und Rotortourenzahl gegeben ist (siehe Gleichung II. Seite 5). Ist der Rotor auf eine beliebige Belastung geschlossen, so kommt ein Wechselstrom J_2 zustande, der wiederum

ein Streufeld $H_{2\sigma}$ und ein beide Wicklungen durchsetzendes Wechselfeld H_2 zur Folge hat. Dieses Wechselfeld H_2, welches gegenüber dem Rotor seine Lage nicht ändert, kann in bekannter Weise in seiner Wirkung durch zwei, sogenannte fiktive, Drehfelder H_{21} und H_{23} ersetzt werden. Dabei müssen die Maximalwerte der beiden fiktiven Felder gleich groß und gleich der Hälfte des Maximalwertes sein, den das Wechselfeld besitzt; sie müssen entgegengesetzt aber mit gleicher Tourenzahl n rotieren, deren Größe der Periodenzahl des Wechselstromes und der Polpaarzahl der Maschine entspricht und in diesem Falle gleich $(n_1 - n_2)$ ist. Die Tourenzahl des fiktiven Feldes H_{21} sei mit $+ n$, diejenige des fiktiven Feldes H_{23} sei mit $- n$ bezeichnet, d. h. H_{21} rotiert links, H_{23} rechts um den Rotor herum.

Nun bewegt sich der Rotor aber selbst mit einer Tourenzahl n_2, sodaß im Luftraum das Feld H_{21} mit $n_2 + n$ und das Feld H_{23} mit $n_2 - n$ Touren rotiert. Da nun n einen absoluten Wert von $(n_1 - n_2)$ besitzt, so vollführt das Feld H_{21}: $n_2 + (n_1 - n_2) = n_1$ und das Feld H_{23}: $n_2 - (n_1 - n_2) = -(n_1 - 2n_2)$ Umdrehungen.

Der vom Wechselstrom J_2 durchflossene Rotor erzeugt sonach im Luftraum 2 fiktive Drehfelder. Das eine Drehfeld H_{21} rotiert synchron mit dem primären Drehfeld H_{12}, während das zweite Drehfeld H_{23} eine, je durch die Größe von n_2 festgelegte Tourenzahl besitzt, welche mit derjenigen des primären Feldes H_{12} gleichsinnig oder gegenläufig sein kann.

Die beiden Drehfelder H_{12} und H_{21} entsprechen den primären und sekundären Drehfeldern, wie sie auch in der Theorie des Asynchronmotors und des Drehstromperiodenumformers sich ergeben. Gewissermaßen neu hinzu kommt nun noch das Drehfeld H_{23}.

Dieses Drehfeld H_{23} wird natürlich auch im Stator eine Spannung induzieren, deren Periodenzahl $\nu_3 = p \frac{(n_1 - 2n_2)}{60}$ ist. Diese Spannung lagert sich der ν_1 periodigen Spannung über und erzeugt in dem aus Stator- und Generatorwicklung gebildeten Stromkreise, der als tertiärer Stromkreis bezeichnet werden soll, einen Strom J_3 von ν_3 Perioden. Diesem ν_3 periodigen Strom muß wieder ein Streufeld $H_{3\sigma}$ und ein, mit beiden Wicklungen verkettetes Drehfeld H_{32} entsprechen, welches im Raum mit $-(n_1 - 2n_2)$ Touren umläuft und somit synchron mit dem Feld H_{23}

rotiert. Die relative Geschwindigkeit dieses tertiären Drehfeldes H_{32} gegenüber dem Rotor ist $-(n_1-2n_2)-n_2=-(n_1-n_2)=-n$ d. h. gleich der Geschwindigkeit des Feldes H_{23} gegenüber dem Rotor (siehe Seite 7), was auch selbstverständlich ist.

Bei belastetem Rotor sind somit im Luftraum im ganzen 4 fiktive Drehfelder vorhanden, von denen sich je 2 zu einem Gemeinsamen zusammenfassen ließen. Sämtliche Drehfelder induzieren im sekundären (Rotor-)stromkreis E.M.Ke. gleicher Periodenzahl, entsprechend (n_1-n_2) Touren. Dagegen sind im Statorstromkreise 2 Systeme verschiedener Periodenzahl zu unterscheiden. H_{12} und H_{21} bringen ν_1 Perioden hervor, während durch das fiktive Feld H_{23} und weiterhin H_{32} noch eine Periodenzahl ν_3 entsteht. Die Ströme und Spannungen dieser 2 verschiedenen Periodenzahlen müssen unabhängig voneinander behandelt werden, sodaß, je nachdem es sich um das ν_1- oder das ν_3-periodige System handelt, der Stator als primär — bezw. tertiär Stromkreis angesehen wird.

Um die Strom- und Spannungsgrößen in der Primär- und Sekundärwicklung bei Belastung, d. h. bei Vorhandensein der 4 Drehfelder festzulegen, ist es nötig, zunächst einige Betrachtungen über die quantitativen Verhältnisse vorauszuschicken, welche sich ergeben, wenn nur je eine Wicklung mit der ihr eigenen Stromart gespeist ist. Erst nach Klarlegung der Beziehungen zwischen Stromstärke und Spannungen in diesem einfachen Fall soll dazu übergegangen werden, die Gleichungen aufzustellen, welche für gleichzeitigen Stromfluß in beiden Wicklungen gelten.

I. Strom- und Spannungsverhältnisse bei Leerlauf.

Nur je eine Wicklung ist mit der ihr zukommenden Stromart gespeist.

A. Die Statorwicklung wird mit Drehstrom gespeist.

1. Die Rotorwicklung ist offen; der Rotor selbst steht still.

In Abbildung 1 (Tafel I) ist die schematische Darstellung der Stator- und Rotorwicklung gegeben.

Den 3 Phasen des Stators werden Ströme zugeführt, deren Momentanwerte durch die Gleichungen gegeben sind:

$$i_a = \sqrt{2} \cdot J_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} \cdot t\right)$$

$$i_b = \sqrt{2} \cdot J_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} \cdot t - 2\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c = \sqrt{2} \cdot J_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_1} \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

dabei bedeutet:

i_a; i_b; i_c den Momentanwert des Stromes in den Phasen a, b und c der Statorwicklung;

$\sqrt{2} \cdot J_1$ den Maximalwert eines Phasenstromes,

T_1 die Zeitdauer einer Periode in Sekunden;

ν_1 die Periodenzahl pro Sekunde $\left(T_1 = \frac{1}{\nu_1}\right)$;

t die beliebige Zeitvariable.

Bezeichnet weiterhin:

X die doppelte Polteilung;

x den Abstand eines beliebigen Punktes am Ankerumfang von Nut A an gemessen;

Yo das maximale Feld, welches von einem Phasenstrom erzeugt werden kann;

δ_{1s} die Anzahl der Statornuten pro Polteilung;

δ_{2s} die Anzahl der pro Polteilung und Phase hintereinander geschalteten Statornuten;

w_s Anzahl der Leiter pro Statornut,

a_1 Anzahl der parallelen Stromkreise im Stator;

$w_1 = \beta_{2s} \cdot w_s$ Anzahl der hintereinander geschalteten Leiter pro Polteilung;

$$f_1 = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\beta_{2s}}{\beta_{1s}}\right)}{\beta_{2s} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\beta_{1s}}\right)}$$ den Wicklungsfaktor der Statorwicklung;

δ'' den reduzierten Luftraum, welcher den gesamten magn. Widerstand der Maschine ersetzt;

dann ist zunächst die erste Harmonische des primären Drehfeldes gegeben durch die Gleichung:

$$-\frac{6}{\pi} \cdot Y_0 \cdot f_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t + \frac{2\pi}{X} \cdot x\right)$$

Die Umlaufrichtung des Drehfeldes erfolgt, wie die Diskussion dieser Gleichung ergeben würde, nach links und zwar mit einer Geschwindigkeit $v_1 = \frac{X}{T}$. Der Maximalwert der ersten Harmonischen dieses Drehfeldes sei H_{12} genannt, so muß sein:

$$H_{12} = \frac{6}{\pi} \cdot f_1 \cdot Y_0$$

und mit Einführung des richtigen Wertes für Yo findet sich

$$\left.\begin{aligned} H_{12} \cdot \delta'' &= \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{10} \cdot f_1 \cdot \frac{w_1}{a_1} \cdot J_1 \\ H_{12} &= \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{10} \cdot f_1 \frac{w_1}{a_1} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot J_1 \end{aligned}\right\} \quad \text{III.}$$

Dieses Statordrehfeld, welches nach seinem Maximalwert kurz mit H_{12} bezeichnet werden soll (siehe auch Seite 6) durchsetzt sowohl die Stator- wie die Rotorwicklung und induziert in beiden Wicklungen E.M.Ke., welche mit E_{11} beziehungsweise E_{12} gekennzeichnet werden sollen.

Die effektive Größe der E.M.K. E_{11}, welche ein solches Drehfeld in einer Phase der Statorwicklung erzeugt, ist durch eine bekannte Beziehung gegeben zu:

$$E_{11} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \nu_1 \cdot H_{12} \cdot f_1 \cdot 2 \frac{w_1}{a_1} \cdot R \cdot L \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

und wenn für H_{12} der Wert aus Gleichung III eingesetzt wird, rechnet sich:

$$E_{11} = \frac{48 \cdot \pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right)^2 \cdot \nu_1 \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot 10^{-8} \cdot J_1 \text{ Volt.} \quad \text{IV.}$$

oder vereinfacht:

$$\frac{48 \cdot \pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right)^2 \cdot v_1 \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot 10^{-8} \quad k_{11}\text{†}) \quad . \quad \text{IVa.}$$

dann wird:

$$E_{11} = k_{11} \cdot J_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IVb.}$$

k_{11} wird als Reaktanz der Statorwicklung bezeichnet.

Das Drehfeld H_{12} induziert in der gesamten Einphasenwicklung des Rotors eine E.M.K., deren Effektivwert mit E_{12} bezeichnet wurde und dessen Größe nun abgeleitet werden soll.

Da der Rotor zunächst stillstehend angenommen wurde, so bewegt sich das sinusförmig verteilte Feld H_{12} mit einer Geschwindigkeit $v_1 = \frac{X}{T_1}$ über den Rotor nach links hinweg.

Die Verbindung der einzelnen Rotorleiter — bezw. Nuten — erfolgt, wenn z. B. pro Polteilung nur 4 Nuten bewickelt sind, in der auf Abb. 2 angegebenen Weise.

Für den Rotor gelten folgende Bezeichnungen:

- R Radius des Rotors in cm;
- L induzierte Länge der Rotorleiter in cm;
- z_{1r} Anzahl der Nuten pro Polteilung;
- z_{2r} Anzahl der hievon bewickelten Nuten;
- w_r Anzahl der Leiter pro Nut;
- $w_2 = z_{2r} \cdot w_r$ Anzahl der hintereinander geschalteten Leiter pro Polteilung;
- a_2 Anzahl der parallelen Stromkreise.

Die maximale E. M. K., welche in den Drähten einer Rotornute induziert wird, ist:

$$e_n = H_{12} \cdot v_1 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wie Abb. 2 zeigt, sind die Nuten so miteinander verbunden, daß sich pro Polteilung eine in mehreren Nuten untergebrachte Spule ergibt. Die E.M.K. einer Spule ist gleich der geometrischen Summe der E.M.Ke. für die einzelnen Nuten; in welcher Reihenfolge diese geometrische Summierung vorgenommen wird, ist natürlich für das Endresultat gleichgültig.

Zur Ableitung der allgemein gültigen Formel sei eine Polteilung mit recht vielen Nuten z. B. 12 gedacht, von denen 10 hintereinander geschaltet die Spule bilden (siehe Abb. 3).

---

†) Vergl. „Starkstromtechnik, Taschenbuch für Elektrotechniker" Seite 565 Gleichung 2)—4).

Eine doppelte Polteilung X zu $360 = 2\pi$ elektrische Grade gesetzt, ergibt sich ein Nutenwinkel:

$$\varphi = \frac{\pi}{\mathfrak{z}_{1r}}$$

Entsprechend der Abb. 3 seien die Nuten der ersten Spulenseite mit α_1 β_1 γ_1 δ_1 etc., diejenigen der zweiten Spulenseite mit α_2 β_2 γ_2 δ_2 etc. bezeichnet.

Es würde bezüglich der Spannung pro Polteilung auch zum gleichen Resultate führen, wenn die Nuten wie Abb. 4 zeigt, verbunden sind und die E.M.K. für diese Schaltart gerechnet wird. α_1 und α_2; β_1 und β_2; γ_1 und γ_2 etc. sollen dann als Spulenelemente bezeichnet werden.

Um von Nut α_1 nach Nut α_2 zu gelangen, muß um $\left[\frac{\mathfrak{z}_{2r}}{2} + (\mathfrak{z}_{1r} - \mathfrak{z}_{2r})\right]$ Nutenentfernungen weiter gegangen werden oder es ist, im Bogenmaß gemessen, ein Winkel von $\psi = \left[\frac{\mathfrak{z}_{2r}}{2} + (\mathfrak{z}_{1r} - \mathfrak{z}_{2r})\right] \cdot \varphi$ elektrischen Graden zu überschreiten.

$$\psi \quad \left[\mathfrak{z}_{1r} - \frac{\mathfrak{z}_{2r}}{2}\right] \cdot \varphi = \left[\mathfrak{z}_{1r} - \frac{\mathfrak{z}_{2r}}{2}\right] \cdot \frac{\pi}{\mathfrak{z}_{1r}}$$

$$\psi = \pi - \frac{\pi}{2} \frac{\mathfrak{z}_{2r}}{\mathfrak{z}_{1r}}.$$

Die E.M.Ke. in den Nuten eines Spulenelementes sind somit im Vektordiagramm um den Winkel ψ verschoben und sind gegeneinander gerichtet; die E.M.K. des Spulenelementes $\alpha_1 \div \alpha_2$ ist sonach: $\dot{e}_{\alpha s} = \dot{e}_{\alpha_1} - \dot{e}_{\alpha_2}$; in gleicher Weise: $\dot{e}_{\beta s} = \dot{e}_{\beta_1} - \dot{e}_{\beta_2}$; $\dot{e}_{\gamma s} = \dot{e}_{\gamma_1} - \dot{e}_{\gamma_2}$ etc. (siehe Abb. 5).

Absolut genommen ist natürlich $e_{\alpha_1} = e_{\alpha_2} = e_n$ ebenso: $e_{\beta_1} = e_{\beta_2} = e_n$ usw.

Die absolute Größe der Spannung eines Spulenelementes „e_s" ergibt sich dann aus den trigonometrischen Beziehungen zu:

$$e_s = e_n \cdot \frac{\sin \psi}{\sin\left(\frac{180 - \psi}{2}\right)}$$

Jede Spule setzt sich aus $\frac{\mathfrak{z}_{2r}}{2}$ Spulenelementen zusammen, deren E.M.Ke. gegeneinander um φ^0 verschoben und hintereinander geschaltet sind. Die Maximal E.M.K.E_s einer Spule ist also:

$$E_s = \sin\left(\frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\mathfrak{z}_{2r}}{2}\right) \cdot \frac{e_s}{\sin \varphi/_2} \text{ (Abb. 6).}$$

Mit Einführung des Wertes von e_s ergibt sich die Maximal-E.M.K. pro Polteilung:

$$E_s = e_n \cdot \frac{\sin \psi}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2}\right)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{2}\right)}{\sin \varphi/_2}$$

Werden für e_n und ψ die auf Seite 11 und 12 gefundenen Größen eingesetzt, so folgt:

$$E_s = H_{12} \cdot v_1 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)} \text{ Volt}$$

$$E_s = H_{12} \cdot v_1 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_{1r}}\right)} \text{ Volt.}$$

Die Maximal E.M.K. pro Welle ist dann: $2\ E_s$; bei einer $2 \cdot p$ poligen Wicklung mit a_2 parallel geschalteten Wellen sind $\frac{p}{a_2}$ Wellen hintereinander geschaltet, so daß sich die Maximal-E.M.K. im Rotor $(E_{12})_{max}$ errechnet zu:

$$(E_{12})_{max} = 2 \cdot E_s \cdot \frac{p}{a_2}$$

$$= 2 \cdot H_{12} \cdot v_1 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_{1r}}\right)} \cdot \frac{p}{a_2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{2r}}$$

$$(E_{12})_{max} = 2\, H_{12} \cdot v_1 \cdot L \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)}{\lambda_{2r} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_{1r}}\right)} \cdot \frac{\lambda_{2r} \cdot w_r}{a_2} \cdot p \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Der Ausdruck $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda_{2r}}{\lambda_{1r}}\right)}{\lambda_{2r} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\lambda_{1r}}\right)}$ ist der sogenannte Wicklungsfaktor, in genau der gleichen Form, wie er auch für Drehstromwicklungen gilt. Da es sich hier um die sekundäre Wicklung handelt, soll er abgekürzt zu f_2 geschrieben werden

$\lambda_{2r} \cdot w_r$ wurde zu w_2 verbunden (s. Seite 11)

$$v_1 = \frac{X}{T_1} = \frac{2\pi R}{p \cdot T_1} = \frac{2\pi R}{p} \cdot v_1$$

Mit diesen Bezeichnungen ermittelt sich jetzt:

$$(E_{12})_{max} = 2\pi \cdot H_{12} \cdot v_1 \cdot \frac{RL}{p} \cdot f_2 \cdot 2w_2 \frac{p}{a_2} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

Der Effektivwert der Einphasenrotorspannung: $E_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_{12})_{max}$

Nach Gleichung III Seite 10 ist der Wert des Drehfeldes H_{12} gegeben; führt man den Ausdruck für H_{12} ein, so wird endlich:

$$E_{12} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{10} \cdot f_1 \frac{w_1}{a_1} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot J_1 \cdot \nu_1 \cdot \frac{RL}{p} \cdot f_2 \cdot 2w_2 \frac{p}{a_2} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

$$E_{12} = \frac{48\,\pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \nu_1 \frac{RL}{\delta''} \cdot 10^{-8} \cdot J_1 \text{ Volt} \ldots\ldots \text{V.}$$

Es wird gesetzt:

$$\frac{48 \cdot \pi}{10} \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \nu_1 \frac{RL}{\delta''} \cdot 10^{-8} = k_{12} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{Va}$$

dann wird:

$$E_{12} = k_{12} \cdot J_1 \ldots\ldots\ldots \text{Vb.}$$

k_{12} heißt die Wechselreaktanz zwischen Stator- und Rotorwicklung.

2. Rotorwicklung offen; der Rotor wird mit n_2 Touren gedreht.

Wird der Rotor mit n_2 Touren gedreht, so kann dies, gegenüber dem Ruhezustand nur einen Einfluß auf die in der Rotorwicklung induzierte Spannung E_{12} haben. Es wird nämlich die Schnittgeschwindigkeit zwischen den Rotorleitern und den Kraftlinien des Statordrehfeldes nun der relativen Tourenzahl $(n_1 — n_2)$ entsprechend auch nur $(\nu_1 — \nu_2)$ oder mit anderen Worten: die Periodenzahl der E.M.K. E_{12} ist eben nicht mehr ν_1 sondern $(\nu_1 — \nu_2)$.

Nach Gleichung Vb errechnet sich eine Spannung E_{12} unter der Annahme, daß dieselbe ν_1-periodig sei, hat diese Spannung dagegen $(\nu_1 — \nu_2)$ Perioden, so ist eine entsprechende Reduktion vorzunehmen. Bei n_2 Touren ist die im Rotor induzierte Spannung dann: $E_{12} \frac{\nu_1 — \nu_2}{\nu_1}$.

B. Die Rotorwicklung wird mit Einphasenstrom gespeist.

1. Statorwicklung ist geöffnet; der Rotor steht still.

Die Speisung des Rotors möge mit einem Einphasenstrom J_2 erfolgen, dessen Periodenzahl ν sei. Es handelt sich nun zunächst darum das Feld zu rechnen, welches dieser mit Einphasenstrom gespeiste Rotor hervorbringt.

Die Rotorwicklung soll z. B. wie in Abb. 1. und 2. dargestellt ist, ausgeführt sein.

Ganz allgemein läßt sich zu jeder Nute eine zweite finden welche von der ersten um eine Polteilung entfernt ist. Zur Berechnung des Feldes faßt man nun am günstigsten je 2 solcher Nuten zu einer Nutengruppe zusammen, rechnet das Feld, welches diese Gruppe erzeugen würde [unter der Annahme konstanten magnetischen Widerstandes] und superponiert endlich die von den einzelnen Gruppen erzeugten Felder zu dem gesamtresultierenden Felde H_2 der Rotorwicklung.

Da das Feld nur abhängt von der Stromstärke und Stromrichtung in den einzelnen Nuten, nicht aber von der Art und Weise, wie die Nutenleiter miteinander außen an den Stirnseiten verbunden sind, so darf man auch der Berechnung eine ganz willkürliche Anordnung der Stirnverbindungen zugrunde legen, wenn dadurch nur die Stärke und Richtung des Stromes in den einzelnen Nuten der wirklich ausgeführten Verbindungsweise entspricht.

Am einfachsten wird die Rechnung, wenn man sich α_1 mit α'_1; β_1 mit β'_1; α'_2 mit α_2 und β'_2 mit β_2 verbunden denkt. Man erhält dann ein Wicklungsschema, wie in Abb. 7 dargestellt. Diese Anordnung würde ausgeführt das gleiche Ergebnis haben wie die in Abb. 1. und 2. gezeichnete Rotorwicklung und wird nur wegen der längeren Stirnverbindungen und des hiedurch bedingten größeren Materialaufwandes sowie der erhöhten Streuung praktisch nicht angewandt.

Bei a_2 parallelen Wellen ist der pro Leiter im Rotor fließende Strom $= \frac{J_2}{a_2}$; der maximale Wert des Stromes also $\sqrt{2}\frac{J_2}{a_2}$ und die maximale Ampèreleiterzahl pro Nut:

$$AS_n = \sqrt{2} \cdot \frac{J_2}{a_2} \cdot w_r$$

Unter Voraussetzung eines konstanten magnetischen Widerstandes (entsprechend einem reduzierten Luftraum δ'') erzeugt eine Nutengruppe, gebildet aus 2 um $\frac{X}{2}$ von einander abstehenden Nuten ein rechteckiges Feld H_n (s. Abb. 8), welches der Gleichung genügen muß:

$$H_n \cdot \delta'' = \frac{4\pi}{10} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot AS_n\right) = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{J_2}{a_2} \cdot w_r$$

$$H_n = \frac{2\pi}{10} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot \frac{J_2}{a_2} \cdot w_r$$

Der Faktor $^1/_2$ rührt davon her, daß eine Kraftlinie den Luftraum 2mal durchsetzen muß, daß also an einer Stelle nur die halbe Ampèreleiterzahl wirksam ist.

Weiterhin soll nur mit der 1. Harmonischen dieses Feldes gerechnet werden. Diese vereinfachende Annahme ist berechtigt, da bei praktischen Ausführungen immer Mehrlochwicklungen in Frage kommen und bei diesen der Einfluß der höheren Harmonischen zu vernachlässigen ist. Der Maximalwert der 1. Harmonischen eines Rechteckfeldes von der Höhe H_n bestimmt sich nach bekannten Formeln zu:

$$H_{nI} = \frac{4}{\pi} \cdot H_n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{10} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot \frac{J_2}{a_2} \cdot w_r$$

In Abb. 7 sind für einen beliebigen Momentanwert von i_2 die Rechteckfelder aufgezeichnet, welche die einzelnen Nutengruppen hervorrufen. Der Deutlichkeit halber sind die Höhen etwas verschieden angenommen, was ja nicht zutrifft, da jede Nutengruppe denselben Strom führt, also auch das gleiche Feld ausbildet. Die Superposition der Einzelfelder ergibt ein staffelförmiges Gesamtfeld. Dem rechnerischen Verfahren legt man die 1. Harmonische dieses Gesamtfeldes zugrunde. Man erhält dieselbe durch Addition der 1. Harmonischen der von den einzelnen Nutengruppen hervorgerufenen Felder.

Zur Erzeugung des gesamten Feldes tragen z_{2r} Nutengruppen bei, welche gegeneinander um einen Winkel $\varphi = \frac{\pi}{z_{1r}}$ verschoben sind. Jede solche Nutengruppe erzeugt ein Feld, dessen 1. Harmonische einen Maximalwert H_{nI} hat. Das resultierende Feld H_2 entsteht also durch die Vereinigung von z_{2r} Sinuslinien, welche gegeneinander um φ^0 verschoben sind und welche den Maximalwert H_{nI} besitzen.

Der Maximalwert der daraus resultierenden Sinuslinie $(H_2)_{max}$ ergibt sich also als geometrische Summe der einzelnen Maximalwerte und rechnet sich nach einer bekannten Formel zu

$$(H_2)_{max} = H_{n1} \cdot \frac{\sin(\varphi/2 \cdot \zeta_{2r})}{\sin(\varphi/2)}$$

$$= H_{n1} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \zeta_{2r}/\zeta_{1r}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot {}^{1}/_{\zeta_{1r}}\right)} \cdot \frac{\zeta_{2r}}{\zeta_{2r}} = H_{n1} \cdot f_2 \cdot \zeta_{2r}$$

und den Wert von H_{n1} aus Seite 16 übernommen:

$$(H_2)_{max} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{2\tau}{10} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot \frac{J_2}{a_2} \cdot w_{2r} \cdot f_2 \cdot \zeta_{2r}$$

$$(H_2)_{max} = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot \frac{1}{\delta''} \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.}$$

Dieses $(H_2)_{max}$ entspricht dem maximalen Rotorstrom $\sqrt{2} \cdot J_2$; es ist also der größte Maximalwert, den die Amplitude des Wechselfeldes überhaupt erreichen kann.

Der Rotorstrom J_2 folge dem Gesetz: $i_2 = \sqrt{2} \cdot J_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$; dieser Rotorstrom erzeugt nun in jedem Augenblick ein Feld, welches sinusförmig verteilt angenommen wird und dessen Lage gegenüber dem Rotor konstant bleibt. Die Feldstärke h_2 an irgend einer Stelle x des Rotorumfanges läßt sich somit durch das Sinusgesetz ausdrücken, wenn man die Zählung x an der Stelle beginnt, an welcher das Feld immer den Wert *O* besitzt. Aus Abb. 7 geht hervor, daß dies ein, um eine halbe Nutenteilung links von α_1 liegender Punkt ist, der mit *P* bezeichnet werden soll. Nun ist

$$h_2 = H_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{X} \cdot x\right)$$

Der Maximalwert H_2 ist aber veränderlich mit J_2, somit eine Sinus-Funktion der Zeit: $H_2 = (H_2)_{max} \cdot \sin\frac{2\pi}{T} \cdot t$

Sonach wird die Gleichung des Rotorfeldes:

$$h_2 = (H_2)_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{X} \cdot x\right)$$

$$h_2 = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{X} \cdot x\right) \quad \ldots\ldots \text{VII.}$$

Wie bereits auf Seite 7 gesagt worden, kann dieses sinusförmig verteilte Wechselfeld durch 2 fiktive Drehfelder ersetzt

werden, wenn dieselben entgegengesetzt rotieren mit einer Geschwindigkeit $v_2 = \frac{X}{T}$ und einen Maximalwert von $\frac{(H_2)_{max}}{2}$ besitzen.

Erhalten die Momentan- und Maximalwerte des linksdrehenden Feldes die Indices 21 jene des rechtsdrehenden 23, so ergeben sich die Gleichungen der beiden fiktiven Drehfelder zu:

$$\left.\begin{aligned} h_{21} &= -H_{21} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{X} \cdot x\right] \\ h_{23} &= H_{23} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{X} \cdot x\right] \\ H_{21} &= H_{23} = {}^1/_2 (H_2)_{max} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{VIII.}$$

Mit Benützung der Gleichung VI auf Seite 17 schreibt sich:

$$h_{21} = -\frac{4\sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{X} \cdot x\right] \ldots\ldots \text{VIIIa}$$

$$h_{23} = \frac{4\sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{X} \cdot x\right] \ldots\ldots \text{VIIIb}$$

Es soll nun die E.M.K. gerechnet werden, welche das Rotorfeld in der Rotorwicklung selbst induziert. Da das Wechselfeld des Rotors in seiner Wirkung durch die 2 soeben berechneten fiktiven Drehfelder ersetzt werden kann, so läßt sich die gesuchte E.M.K. E_{22} in der Weise berechnen, daß man die E.M.Ke. bestimmt, welche jedes Drehfeld für sich allein in der Rotorwicklung erzeugen würde und diese beiden E.M.Ke. dann in der richtigen Weise zusammensetzt.

In Abb. 9 sind die Lagen der beiden fiktiven Drehfelder zu einer beliebigen Zeit, z. B. $t = o$ dargestellt. [Entsprechend $i_2 = o$ für $t = o$ ist auch die Summe der beiden Felder für diesen Zeitpunkt gleich Null].

Da die beiden fiktiven Drehfelder gleiche Größe und gleiche Umlaufgeschwindigkeit besitzen, ist ohne weiteres klar, daß die von ihnen in der Sekundärwicklung induzierten E.M.Ke. auch gleich groß sein müssen. Ferner läßt aber die Abb. 9 auch erkennen, daß diese beiden fiktiven E.M.Ke. phasengleich und gleich gerichtet sind. Denn betrachtet man 4 nebeneinanderliegende Nuten, z. B. $\alpha_2\ \beta_2\ \alpha'_1\ \beta'_1$, so ist das Feld H_{21} positiv und seine Bewegungsrichtung von links nach rechts; das Feld H_{23} dagegen negativ, aber seine Bewegungsrichtung von rechts nach links. Daraus folgt nach den Induktionsgesetzen, daß die von diesen beiden Feldern in den 4 Nuten induzierten E.M.Ke. gleiche Richtung besitzen.

Die gesamte, vom Rotorfeld in der Rotorwicklung erzeugte E.M.K. E_{22} ist also doppelt so groß, wie die von einem fiktiven Drehfeld herrührende; diese Größe ist jedoch leicht zu berechnen.

Die von dem fiktiven Felde H_{21} in einer Nute induzierte E.M.K. e' ist proportional der Größe des Feldes h_{21} an dieser Stelle; es ist:

$$e' = h_{21} \cdot v_2 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Mit dem Werte von h_{21} aus Gleichung VIIIa Seite 18 ergibt sich:

$$e' = -\frac{4\sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot \frac{l}{\delta''} \cdot v_2 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{X} x\right]$$

$\frac{4\sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot v_2 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} = e'_n$ ist der Maximalwert der Spannung in einer Nut.

Nach den Gleichungen auf Seite 12 und 13 ergibt sich als Maximalwert der Spannung einer Spule $E'_s = e'_n \cdot f_2 \cdot \beta_{2r}$; und für die ganze Rotorwicklung gibt die Seite 13 angestellte Überlegung einen Maximalwert $(E_{22})'_{max} = 2 \cdot E'_s \cdot \frac{p}{a_2}$; somit wird dann der Effektivwert:

$$E'_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (E_{22})'_{max} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot e'_n \cdot f_2 \cdot \beta_{2r} \cdot \frac{p}{a_2}$$

$$E'_{22} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \frac{1}{\delta''} \cdot v_2 \cdot L \cdot w_r \cdot 10^{-8} \cdot f_2 \cdot \beta_2 \cdot \frac{p}{a_2} \text{ Volt.}$$

Unter Berücksichtigung, daß: $v_2 = \frac{X}{T} = \frac{2\pi R}{p} \cdot \nu$ ergibt sich:

$$E'_{22} = \frac{16\pi}{10} \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right)^2 \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \cdot J_2 \text{ Volt.}$$

Nach den vorhergehenden Überlegungen wird der Effektivwert der von dem 2. fiktiven Drehfelde H_{22} in der Rotorwicklung induzierten Spannung E''_{22} die gleiche Größe besitzen wie die vom fiktiven Drehfelde H_{21} herrührende Spannung E'_{22} und die Gesamtspannung E_{22} ist gleich der Summe aus beiden

$$E_{22} = E'_{22} + E''_{22} = 2 \cdot E'_{22}$$

oder:

$$E_{22} = \frac{32\pi}{10} \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right)^2 \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \cdot J_2 \text{ Volt} \ldots\ldots \text{IX}$$

Wird diese Gleichung auf die Form gebracht:

$$E_{22} = k_{22} \cdot J_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad IX\,a$$

dann bedeutet:

$$k_{22} = \frac{32\pi}{10} \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right)^2 \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad IX\,b.$$

k_{22} stellt die Reaktanz der Rotorwicklung dar.

Das Wechselfeld des Rotors wird auch in den Statorwicklungen Spannungen induzieren, deren Größe in den einzelnen Phasen je nach der Lage zwischen Rotor- und Statorwicklung verschieden ausfallen wird. Eine Betrachtung dieser Vorgänge für den Fall des Stillstandes ist unnötig.

2. Statorwicklung offen; der Rotor wird mit n_2 Touren gedreht.

Auf die Reaktanz der Rotorwicklung übt natürlich die Tourenzahl des Rotors keinen Einfluß aus; dagegen soll jetzt untersucht werden, welche Spannungen das Rotorfeld in der Statorwicklung induziert. Angenommen ist wieder, daß der Rotor mit einem Wechselstrom J_2 von ν Perioden gespeist werde. Das Wechselfeld, welches dieser Strom hervorruft, wurde durch 2 fiktive Drehfelder ersetzt.

Das fiktive Feld H_{21} dreht sich relativ zum Rotor mit $n = \frac{60 \cdot \nu}{p}$ Touren nach links, das fiktive Feld H_{23} dreht sich relativ zum Rotor mit $n = \frac{60 \cdot \nu}{p}$ Touren nach rechts.

Nach der Festsetzung auf Seite 5 war für Linksdrehung ein positives Vorzeichen gewählt; nehmen wir zunächst die Rotortourenzahl n_2 mit positivem Vorzeichen d. h. linksdrehend an, so bewegt sich das Feld H_{21} mit $n_2 + n$ Touren im Raume nach links; das Feld H_{23} mit $n_2 - n$ Touren im Raume nach links oder mit $-(n_2 - n) = (n - n_2)$ nach rechts. Diese absolute Tourenzahl im Raum ist gleichzeitig die Tourenzahl, mit welcher die beiden Felder über den Stator hinwegrotieren. Statt den Tourenzahlen kann man auch die Geschwindigkeiten einführen und bekommt zwischen:

dem Stator und dem Felde H_{21} eine Geschwindigkeit $(v + v_2)$ mit positivem Vorzeichen d. h. nach unserer Festsetzung von rechts nach links;

zwischen dem Stator und dem Felde H_{23} eine Geschwindigkeit $-(v-v_2)$ also mit negativem Vorzeichen, d. h. in entgegengesetzter Richtung, von links nach rechts.

Zur Zeit t = o habe der Rotor eine ganz beliebige Lage gegenüber dem Stator, welche durch den willkürlichen Abstand zwischen dem Punkt P des Rotors und dem Punkt A des Stators (siehe Abb. 10) festgelegt ist. [Für eine mehrnutige Statorwicklung wäre der Punkt A in der Mitte der ersten Spulenseite von Phase a zu wählen.] Zur Zeit t = o ist sonach das Feld an der Stelle A des Stators gleich dem Felde des Rotors an der Stelle x = a. Nun vollführt aber der Rotor eine Drehbewegung mit der Geschwindigkeit $v_2 = \frac{X}{T_2}$ an und zwar zunächst v_2 mit + Vorzeichen, also nach links gerichtet. Nach t Sekunden hat der Punkt P einen Weg

$$v_2 \cdot t = \frac{X}{T_2} \cdot t$$

nach links zurückgelegt. Zur Zeit t ist also P von A nicht mehr um a cm, sondern um $a + v_2 \cdot t = a + \frac{X}{T_2} \cdot t$ cm entfernt und damit rechnet sich die Größe des Feldes in A, wenn allgemein zur Zeit t in die Feldgleichungen von h_{21} und h_{23} der Wert $x = a + v_2 \cdot t$ eingeführt wird. Die Vorzeichen für diese E. M. Ke. lassen sich durch analoge Überlagungen, wie sie auf Seite 18 und 19 für den Rotor angestellt wurden, bestimmen. In der Erwägung, daß im Stator die E. M. K. einer Spule gleich zweimal der E. M. K. in einer Nut ist, bestimmt sich für die gezeichnete Einlochwicklung die E. M. K. der Phase Aa zu:

$$e'_a = \left[h_{21}\right]_{x=a+\dot{v}_2 t} 2 \cdot L \cdot w_s \cdot (v + v_2) \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

als Spannung des Drehfeldes H_{21} und:

$$e''_a = -\left[h_{23}\right]_{x=a+\dot{v}_2 t} 2 \cdot L \cdot w_s \cdot (v - v_2) \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

als Spannung vom Drehfelde H_{23}.

Es kann auch sofort die E.M.K. e'_b und e''_b sowie e'_c und e''_c angeschrieben werden, wenn gesetzt wird: $x = a + \frac{X}{3} + v_2 t$ für die Phase Bb und $x = a + 2\frac{X}{3} + v_2 t$ für die Phase Cc.

Zunächst sollen aber erst die Spannungsgleichungen für die Phase Aa etwas umgeformt werden.

Mit Benützung von Gleichung VIII Seite 18 und bei Berücksichtigung, daß $x = a + \frac{X}{T_2} t$ ist, ermittelt sich:

$$e_a' = -H_{21} \cdot 2 \cdot L \cdot w_s \cdot (\nu + \nu_2) \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{X} \cdot (a + \frac{X}{T_2} t)\right]$$

$$e_a'' = -H_{23} \cdot 2 \cdot L \cdot w_s \cdot (\nu - \nu_2) \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{X} (a + \frac{X}{T_2} t)\right]$$

Würde der Stator eine Mehrlochwicklung mit $\frac{p}{a_1}$ hintereinander geschalteten Wellen pro Phase besitzen, so ergäbe sich:

$$e_a' = -H_{21} \cdot 2 \cdot L \cdot f_1 \cdot \mathfrak{z}_{2s} \cdot w_s \cdot (\nu + \nu_2) \cdot 10^{-8} \frac{p}{a_1} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{T_2} t + \frac{2\pi}{X} a\right]$$

$$e_a'' = -H_{23} \cdot 2 \cdot L \cdot f_1 \cdot \mathfrak{z}_{2s} \cdot w_s \cdot (\nu - \nu_2) \cdot 10^{-8} \frac{p}{a_1} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{T_2} t - \frac{2\pi}{X} a\right]$$

Da wie bekannt:

$$\nu = \frac{X}{T} \text{ und } \nu_2 = \frac{X}{T_2} \text{ also: } \nu + \nu_2 = X\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T_2}\right) = H \cdot (\nu + \nu_2) = \frac{2\pi R}{p} (\nu + \nu_2)$$

$$\nu - \nu_2 = \frac{2\pi R}{p} (\nu - \nu_2)$$

so läßt sich auch schreiben:

$$e_a' = -H_{21} \cdot 2 \cdot f_1 \frac{\mathfrak{z}_{2s} \cdot w_s}{a_1} \cdot 2\pi \cdot RL(\nu + \nu_2) \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[2\pi(\nu + \nu_2) \cdot t + \frac{2\pi}{X} a\right]$$

$$e_a'' = -H_{23} \cdot 2 \cdot f_1 \frac{\mathfrak{z}_{2s} \cdot w_s}{a_1} \cdot 2\pi \cdot RL(\nu - \nu_2) \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[2\pi(\nu - \nu_2) \cdot t - \frac{2\pi}{X} a\right]$$

Beim praktischen Betrieb als Periodenumformer ist der Wert der Periodenzahl des Rotors ν aber durch die Periodenzahl ν_1 des Statorstromes und durch die Periodenzahl ν_2 eines, der Rotortourenzahl entsprechenden Stromes (siehe Seite 5) festgelegt. Es ist nämlich: $\nu = \nu_1 - \nu_2$ (siehe Seite 5).

Mit Einsetzung dieses Wertes gehen die Phasenspannungen in folgende Gleichungsform über:

$$e_a' = -H_{21} \cdot 2 \cdot f_1 \frac{w_1}{a_1} \cdot 2\pi RL \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[2\pi \nu_1 \cdot t + \frac{2\pi}{X} a\right]$$

$$e_a'' = -H_{23} \cdot 2 \cdot f \frac{w_1}{a_1} \cdot 2\pi \cdot RL \cdot (\nu_1 - 2\nu_2) \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left[2\pi(\nu_1 - 2\nu_2) \cdot t - \frac{2\pi}{X} a\right]$$

Für H_{21} und H_{23} werden die Größen aus Gleichungen VI und VIII Seite 17 und 18 eingeführt:

$$e_a' = -\frac{4 \cdot V_2}{10} \cdot J_2 \cdot f_2 \frac{w_2}{a_2} \cdot 4 \cdot f_1 \frac{w_1}{a_1} \cdot \pi \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \cos\left[2\pi \nu_1 \cdot t + \frac{2\pi}{X} a\right]$$

$$e_a' = -\frac{16 \cdot V_2 \cdot \pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \cdot J_2 \cdot \cos\left[2\pi \nu_1 \cdot t + \frac{2\pi}{X} a\right]$$

$$e_a'' = -\frac{16 \cdot V_2 \cdot \pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \cdot J_2 \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot \cos\left[2\pi(\nu_1 - 2\nu_2) \cdot t - \frac{2\pi}{X} a\right]$$

Jetzt sollen der Vollständigkeit halber die Gleichungen für die 3 Phasen zusammengestellt werden:

Das fiktive Feld H_{21} erzeugt im Stator:

$$\left.\begin{aligned}
e'_a &= -\frac{16\cdot\pi}{10}\left(f_1\frac{w_1}{a_1}\right)\cdot\left(f_2\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot\frac{RL}{\delta''}\cdot r_1\cdot 10^{-8}\cdot V_2 J_2\cdot \\
&\qquad \cos\left[2\pi\, r_1\cdot t+\frac{2\pi}{X}a\right] \\
e'_b &= -\frac{16\pi}{10}\cdot\left(f_1\frac{w_1}{a_1}\right)\cdot\left(f_2\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot\frac{RL}{\delta''}\cdot r_1\cdot 10^{-8}\cdot V_2\cdot J_2\cdot \\
&\qquad \cos\left[2\pi\, r_1\cdot t+\frac{2\pi}{X}a+\frac{2\pi}{3}\right] \\
e'_c &= -\frac{16\pi}{10}\cdot\left(f_1\frac{w_1}{a_1}\right)\cdot\left(f_2\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot\frac{RL}{\delta''}\cdot r_1\cdot 10^{-8}\cdot V_2\cdot J_2\cdot \\
&\qquad \cos\left[2\pi\, r_1\cdot t+\frac{2\pi}{X}a+2\frac{2\pi}{3}\right]
\end{aligned}\right\}\quad \ldots \text{Xa}$$

Das fiktive Feld H_{23} erzeugt im Stator:

$$\left.\begin{aligned}
e''_a &= -\frac{16\pi}{10}\cdot\left(f_1\frac{w_1}{a_1}\right)\cdot\left(f_2\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot\frac{RL}{\delta''}\cdot r_1\cdot 10^{-8}\cdot V_2\cdot J_2\frac{r_1-2r_2}{r_1}\cdot \\
&\qquad \cos\left[2\pi\,(r_1-2r_2)\,t-\frac{2\pi}{X}a\right] \\
e''_b &= -\frac{16\pi}{10}\cdot\left(f_1\frac{w_1}{a_1}\right)\cdot\left(f_2\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot\frac{RL}{\delta''}\cdot r_1\cdot 10^{-8}\cdot V_2\cdot J_2\frac{r_1-2r_2}{r_1}\cdot \\
&\qquad \cos\left[2\pi\,(r_1-2r_2)\,t-\frac{2\pi}{X}a-\frac{2\pi}{3}\right] \\
e''_c &= -\frac{16\pi}{10}\cdot\left(f_1\frac{w_1}{a_1}\right)\cdot\left(f_2\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot\frac{RL}{\delta''}\cdot r_1\cdot 10^{-8}\cdot V_2\cdot J_2\frac{r_1-2r_2}{r_1}\cdot \\
&\qquad \cos\left[2\pi\,(r_1-2r_2)\,t-\frac{2\pi}{X}a-2\frac{2\pi}{3}\right]
\end{aligned}\right\}\quad \ldots \text{Xb}$$

Diese Gleichungen stehen auch im Einklang mit den auf Seite 7 angestellten Überlegungen. Aus der Form der cosinus-Glieder geht hervor, daß die Spannungen ' von einem linksdrehenden; die Spannungen " von einem rechtsdrehenden Felde induziert sind. Ferner, daß die ersteren Spannungen eine Periodenzahl r_1, die letzteren eine solche von (r_1-2r_2) besitzen. Die Maximalwerte dieser beiden verschieden periodigen Spannungen stehen im Verhältnis ihrer Periodenzahlen, also wie $\frac{r_1}{r_1-2\cdot r_2}$.

Die gegenseitige Lage der beiden verschieden periodigen Spannungskurven ist nicht eindeutig gegeben, sondern hängt von der Größe a, d. h. der Anfangslage zur Zeit $t=0$ zwischen Rotor und Stator ab.

Der Maximalwert der Spannungen mit ' sei (E_{21}) max; derjenige des " Systems $(E_{23})_{max} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1}$ genannt; dann ist:

$$(E_{21})_{max} = \frac{16\pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \cdot \sqrt{2} \cdot J_2$$

$$\frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot (E_{23})_{max} = \frac{16\pi}{10} \left(f_1 \frac{w_1}{a_2}\right) \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \cdot \sqrt{2} \cdot J_2 \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1}$$

Unter der vereinfachenden Schreibweise für:

$$k_{21} = k_{23} = \frac{16\pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8} \quad \ldots . \text{XI.}$$

wird der Effektivwert der beiden Spannungen sich in der Form ergeben:

$$E_{21} = \frac{(E_{21})_{max}}{\sqrt{2}} = k_{21} \cdot J_2 \quad \ldots . \text{XII.}$$

$$\frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} E_{23} = \frac{\frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1}(E_{23})_{max}}{\sqrt{2}} = k_{23} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot J_2 \quad \ldots . \text{XIII.}$$

Der mit einem Voltmeter meßbare Wert der Phasenspannung im Stator besitzt einen Effektivwert von der Größe $\sqrt{(E_{21})^2 + (E_{23})^2}$ und ist somit unabhängig von der gegenseitigen Lage der 2 verschiedenperiodigen Spannungen zueinander. Nur die Form der resultierenden Spannung kann natürlich verschieden ausfallen.

Die Form dieser resultierenden Spannung soll für einige Fälle konstruiert werden; da dieselbe auch experimentell mit dem Oscillographen aufgenommen wurde, ist gleichzeitig hier eine Kontrolle zwischen der Rechnung und dem Experiment gegeben.

Für den experimentell untersuchten Fall war der Rotor mit einem 80 periodigen Wechselstrom gespeist; es war also $\nu = 80$. Der Rotor wurde mit einer Tourenzahl n_2 gedreht, die einer Periodenzahl ν_2 von 40 entspricht.

Nach den noch allgemein gültigen Spannungsgleichungen auf Seite 22 unten ist:

$$e'_a = -C \cdot (\nu + \nu_2) \cdot \cos\left[2\pi (\nu + \nu_2) \cdot t + \frac{2\pi}{X} \cdot a\right]$$

$$e''_a = -C \cdot (\nu - \nu_2) \cdot \cos\left[2\pi (\nu - \nu_2) \cdot t - \frac{2\pi}{X} \cdot a\right]$$

wobei C ein Konstante bedeutet, in welcher alle konstanten Werte zusammengefaßt sind.

Bezeichne z. B. T_2 die Periodendauer des 40 periodigen Stromes, dann ist die Periodendauer des $(\nu + \nu_2) = (80 + 40)$ periodigen Stromes gleich $\frac{1}{3} T_2$; diejenige des $(\nu - \nu_2) = (80 - 40)$ periodigen Stromes $= T_2$. Es ergibt sich also in diesem speciellen Falle in der Statorwicklung eine Spannung einfacher und eine solche 3facher Periodizität.

$\nu + \nu_2 = 120$ $\qquad$ $\nu - \nu_2 = 40$

$$e'_a = -C' \cdot 120 \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{\frac{1}{3}T_2} + \frac{2\pi}{X} \cdot a\right] = -3C' \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2} t + \frac{2\pi}{X} \cdot a\right]$$

$$e''_a = -C' \cdot 40 \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} t - \frac{2\pi}{X} \cdot a\right] = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} t - \frac{2\pi}{X} \cdot a\right]$$

Annahme: $a = \frac{X}{12}$; mithin $\frac{2\pi}{X} \cdot a = \frac{2\pi}{X} \cdot \frac{X}{12} = \frac{\pi}{6}$

Konstruktion von e'_a:

$$t = -\frac{T_2}{36}; \quad e'_a = -3C' \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2}\left(-\frac{T_2}{36}\right) + \frac{\pi}{6}\right] =$$

$$-3C' \cdot \cos\left[-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right] = -3C'$$

$$t = +\frac{T_2}{18}; \quad e'_a = -3C' \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2} \cdot \frac{T_2}{18} + \frac{\pi}{6}\right] = -3C' \cdot \cos\left[\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right] = 0$$

$$t = +\frac{5}{36} T_2; \quad e'_a = -3C \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2} \cdot \frac{5}{36} T_2 + \frac{\pi}{6}\right] = -3C' \cdot \cos\left[\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right] = +3C'$$

Konstruktion von e''_a:

$$t = \frac{T_2}{12}; \quad e''_a = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} \cdot \frac{T_2}{12} - \frac{\pi}{6}\right] = -C' \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right] = -C'$$

$$= \frac{T_2}{3}; \quad e''_a = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} \cdot \frac{T_2}{2} - \frac{\pi}{6}\right] = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right] = \ldots 0$$

$$= \frac{7}{12} \cdot T_2; \quad e''_a = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} \cdot \frac{7}{12} T_2 - \frac{\pi}{6}\right] = -C' \cdot \cos\left[\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right] = +C'$$

Eine Addition der Augenblickswerte beider Kurven e'_a und e''_a (Abb. 11) liefert die in Phase a resultierende Spannung e_a. Die Konstruktion der Phasenspannung e_b erfolgt in ähnlicher Weise; es ist:

$$e'_b = -3C' \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2} \cdot t + \frac{2\pi}{X} \cdot a + \frac{2\pi}{3}\right]$$

$$e''_b = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} \cdot t - \frac{2\pi}{X} \cdot a - \frac{2\pi}{3}\right]$$

Konstruktion von e'_b:

$$t = -\frac{T_2}{18};\ e''_b = -3C' \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2} \cdot \left(-\frac{T_2}{18}\right) + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right] -$$

$$- 3C' \cdot \cos\left[-\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right] = 0$$

$$t = \frac{T_2}{36};\ e''_b = -3C' \cdot \cos\left[\frac{6\pi}{T_2} \cdot \frac{T_2}{36} + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right] =$$

$$- 3C' \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right] = + 3C'$$

Die e'_b-Kurve ist um $^1/_3 \frac{T_2}{3}$ gegenüber e'_a nach links verschoben.

Konstruktion von e''_b:

$$t = {}^2/_3 T_2;\ e''_b = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} \cdot {}^2/_3 T_2 - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right] =$$

$$- C' \cdot \cos\left[\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right] = 0$$

$$t = \frac{11}{12} T_2;\ e''_b = -C' \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T_2} \cdot \frac{11}{12} T_2 - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right] =$$

$$- C' \cdot \cos\left[\frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}\right] = + C'$$

Die e''_b-Kurve ist um $^1/_3 . T_2$ gegenüber e''_a nach rechts verschoben.

Eine Addition der Augenblickswerte von e'_b und e''_b (Abb. 11) führt zu der in Phase b resultierenden Spannung e_b.

Um die verkettete Spannung der Phasen a und b zu erhalten, sind die beiden Phasenspannungen e_a und e_b von einander abzuziehen. In Abb. 11 wurde die resultierende verkettete Spannung e_{ab} gebildet als Differenz $e_b — e_a$.

Die Form dieser resultierenden Spannung entspricht auch den Spannungskurven, welche mit dem Oscillograph aufgenommen wurden und welche in den Abb. 12 und 12a dargestellt sind.

Oscillogrammaufnahmen bei Leerlauf:

Der Rotor wurde mit einem Wechselstrom von 80 Perioden gespeist und durch einen direkt gekuppelten Synchron-Motor mit 1200 Touren angetrieben; dies entspricht, da p = 2 ist, einer Periodenzahl $\nu_2 = 40$.

Der 80periodige Strom wurde einem 2. Periodenumformer entnommen, der auch mit den beiden vorerwähnten Maschinen direkt gekuppelt war.

Die dem Rotor zugeführte Spannung war ca. 100 Volt; der Strom 8,0 Amp. Mit dem Oscillographen wurden aufgenommen die im Stator induzierten Phasenspannungen und verketteten Spannungen.

Der Übersichtlichkeit halber ist in den Abb. 12 und 12a aus dem Originaloscillogramm nur eine verkettete Spannung und die sie bildenden 2 Phasenspannungen gepaust. Fig. 12a gibt die Spannungskurven für eine andere Anfangslage zwischen Rotor und Stator wieder.

II. Strom- und Spannungsverhältnisse bei Belastung.

Beide Wicklungen führen Strom.

Nach den Überlegungen, wie sie auf Seite 5—8 angestellt wurden, waren bei Belastung im Luftraum 4 Drehfelder zu unterscheiden:

1. Das fiktive Drehfeld H_{12}: rührt her vom (ν_1)periodigen primären Strom J_1 der Statorwicklung und dreht mit n_1 Touren nach links. (Maximalwert aus Gleichung III. Seite 10.)
2. Das fiktive Drehfeld H_{21}: rührt her vom (ν_1—ν_2)periodigen sekundären Wechselstrom J_2 in der Rotorwicklung und dreht ebenfalls mit n_1 Touren nach links. (Maximalwert aus Gleichung VIII. Seite 18.)
3. Das fiktive Drehfeld H_{23}: rührt her vom (ν_1—ν_2)periodigen Strom J_2 in der Rotorwicklung und dreht mit $-(n_1 - 2n_2)$ Touren, d. h. mit $(n_1—2n_2)$ Touren nach rechts. (Maximalwert aus Gleichung VIII. Seite 18.)
4. Das fiktive Drehfeld H_{32}: rührt her vom $\nu_3$periodigen Strom J_3 in der Statorwicklung und dreht mit $-(n_1—2n_2)$ Touren, d. h. mit $(n_1—2n_2)$ Touren nach rechts. (Maximalwert aus Gleichung III. Seite 10, wenn an Stelle von J_1 der Strom J_3 gesetzt wird.)

Der Rotor selbst bewegt sich mit einer, zunächst mit $+ n_2$ angenommenen Tourenzahl; dementsprechend besteht gegenüber dem Rotor folgendes Verhältnis:

1. Das fiktive Drehfeld H_{12}: dreht mit $(n_1—n_2)$ Touren, nach links.
2. Das fiktive Drehfeld H_{21}: dreht mit $(n_1—n_2)$ Touren, nach links.
3. Das fiktive Drehfeld H_{22}; dreht mit — $(n_1 - n_2)$ Touren, d. h. mit $(n_1—n_2)$ Touren nach rechts.
4. Das fiktive Drehfeld H_{22}: dreht mit — $(n_1 - n_2)$ Touren, d. h. mit $(n_1—n_2)$ Touren nach rechts.

Die Größen des primären Stromkreises:

Als primär wurde der, der Statorwicklung zugeführte Drehstrom bezeichnet, dessen effektive Phasenstromstärke mit J_1 und dessen Periodenzahl mit ν_1 bezeichnet war.

Da zu einem Vektordiagramm nur Spannungen und Ströme gleicher Periodenzahl vereinigt werden können, so sollen zum primären Stromkreis auch nur jene Spannungen und Ströme gerechnet werden, welche mit dem Strom J_1 gleiche Periodenzahl ν_1 besitzen.

Von den 4 Drehfeldern erzeugen nur 2, nämlich H_{12} und H_{21} im Stator eine Spannung von ν_1 Perioden.

Bei Drehstrom ist bekanntlich bei Vernachlässigung der Eisenverluste das Feld phasengleich mit dem Strom, d. h. H_{12} ist phasengleich mit J_1; wird also eine beliebige Richtung von J_1 angenommen, so ist phasengleich damit auch H_{12} aufzutragen. Das Feld H_{12} erzeugt pro Phase eine Spannung, deren Größe E_{11} durch die Gleichung IVb (Seite 11) gegeben ist. E_{11} eilt dem erzeugenden Feld H_{12} zeitlich um eine viertel Periode nach, ist also im Diagramm (siehe Abb. 13) um 90° hinter H_{12} bezw. J_1 einzutragen.

Das Drehfeld H_{21} rotiert synchron mit H_{12}; die Maximalwerte H_{21} und H_{12} dieser Felder sind somit [auf die doppelte Polteilung als $360^0 = 2\pi$ bezogen] um einen konstanten Raumwinkel α gegeneinander verschoben. Die zeitliche Aufeinanderfolge der E.M.Ke., welche diese beiden Felder im Stator induzieren, ist dadurch gekennzeichnet, daß die beiden E.M.Ke. im Vektordiagramm den gleichen Winkel α einschließen müssen.

Die vom fiktiven Felde H_{21} in der Statorwicklung pro Phase induzierte Spannung wurde mit E_{21} bezeichnet und ist der Größe nach aus Gleichung XII (Seite 24) zu rechnen. Im Diagramm (Abb. 13) ist nun E_{21} um α^0 hinter E_{11} aufzutragen. Die

Größe des Winkels α ist zunächst noch unbekannt. Der induzierten Spannung E_{21} um 90° voraus ist die Richtung des Feldes H_{21} aufzutragen.

Für E_{21} können wir zunächst noch keine Richtungsgleichung anschreiben, dagegen ist eine solche für E_{11} möglich. Es war ja $E_{11} = k_{11} J_1$ und da außerdem E_{11} um 90° hinter J_1, so kann dies durch die Vektorgleichung:

$$\dot{E}_{11} = +j \cdot k_{11} \cdot \dot{J}_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XIV}$$

ausgedrückt werden.

Der primäre Strom J_1 erzeugt in der Statorwicklung pro Phase eine Streuspannung $E_{1\sigma}$ und einen ohm'schen Spannungsabfall E_{1r}.

Bezeichnet σ_1 den Streuungskoëffizienten der Statorwicklung, so ist die Streureaktanz pro Phase: $k_1 = k_{11} \cdot \sigma_1$ und die E. M. K. der Streuung hat eine absolute Größe von

$$E_{1\sigma} = k_{1\sigma} \cdot J_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XV}$$

$$k_{1\sigma} = k_{11} \cdot \sigma_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XVa.}$$

Die Streuspannung eilt dem erzeugenden Strom J_1 um 90° nach, würde also im Vektordiagramm in Richtung von E_{11} aufzutragen sein und läßt sich schreiben durch die Vektorgleichung:

$$\dot{E}_{1\sigma} = +j \cdot k_{1\sigma} \cdot \dot{J}_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XVI.}$$

Bezeichnet r_1 den ohm'schen Widerstand der Statorwicklung pro Phase, so ist der ohm'sche Spannungsabfall

$$E_{1r} = J_1 \cdot r_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XVII}$$

und kann, da E_r als passive, dem J_1 entgegengesetzt gerichtete E.M.K. aufgefaßt wird, vektoriell ausgedrückt werden durch die Form:

$$\dot{E}_{1r} = -\dot{J}_1 r_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XVIII}$$

Die der Statorwicklung pro Phase zugeführte Klemmenspannung A_1 muß in jedem Augenblick den sämtlichen in der Wicklung induzierten Spannungen das Gleichgewicht halten oder: die geometrische Summe aller dieser Spannungen mit Einschluß der Klemmenspannung muß Null sein. In vektorieller Form findet diese Bedingung ihren Ausdruck durch die Gleichung:

$$\dot{A}_1 + \dot{E}_{11} + \dot{E}_{21} + \dot{E}_{1\sigma} + \dot{E}_{1r} = 0 \quad \ldots\ldots \text{XIX}$$

oder: $\dot{A}_1 + j \cdot k_{11} \cdot \dot{J}_1 + \dot{E}_{21} + j \cdot k_{1\sigma} \cdot \dot{J}_1 - \dot{J}_1 r_1 = 0$

bezeichnet:

$$k_{11} + k_{1\sigma} = k_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XX}$$

als die Gesamte primäre Reaktanz, so findet sich:

$$\dot{A}_1 + j \cdot k_1 \cdot \dot{J}_1 + \dot{E}_{21} - \dot{J}_1 r_1 = 0 \quad \ldots\ldots \text{XIXa.}$$

Die Größen des sekundären Stromkreises:

Der sekundäre Stromkreis wird gebildet durch die Rotorwicklung und den daran angeschlossenen Belastungsstromkreis. Der Sekundärstrom J_2 besitzt $(\nu_1 - \nu_2)$ Perioden; es können demzufolge im Vektordiagramm des sekundären Stromkreises nur Ströme und Spannungen zusammengesetzt werden, welche eine Periodenzahl $(\nu_1 - \nu_2)$ besitzen.

Sämtliche 4 Drehfelder induzieren im Rotor Spannungen von ein- und derselben Periodenzahl $(\nu_1 - \nu_2)$.

Wie die Ableitungen Seite 16—20 zeigten, wird von den beiden fiktiven Drehfeldern H_{21} und H_{23}, welche zusammen das Wechselfeld bilden, eine gemeinsame E.M.K. E_{22} induziert, deren Größe durch die Gleichung IXa (Seite 20) gegeben ist.

Es sollen nun sämtliche vorkommende Reaktanzen für eine und dieselbe Periodenzahl und zwar für die primär zugeführte ν_1 berechnet sein; sodaß also unter k_{22} aus Gleichung IXb der Wert:

$$k_{22} = \frac{32\pi}{10} \cdot \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right)^2 \cdot \frac{R\,L}{\delta''} \cdot \nu_1 \cdot 10^{-8}$$

zu verstehen wäre.

Mit Einführung dieses Wert von k_{22} in Gleichung IXa bekommt die Spannung E_{22} eine Größe, als ob sie von einem ν_1-periodigen Strom induziert würde. In Wirklichkeit besitzt der Strom J_2 aber nicht ν_1 sondern $(\nu_1 - \nu_2)$ Perioden, infolgedessen wird im Rotor nicht die Spannung E_{22} sondern eine Spannung $E_{22} \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1}$ entstehen und da diese Spannung dem Strom J_2 um 90^0 nacheilt, ergibt sich die Vektorgleichung:

$$\dot{E}_{22} \cdot \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = + j \cdot k_{22} \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{XXI.}$$

Das Drehfeld H_{12} rotiert synchron mit dem Drehfeld H_{21} und induziert in dem mit n_2 Touren umlaufenden Rotor eine Spannung, deren absolute Größe auf Seite 13—14 berechnet wurde zu $E_{12} \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1}$, wenn E_{12} durch Gleichung Va und Vb gegeben ist. Wie bereits Seite 28 gesagt, sind die Maximalwerte H_{12} und H_{21} dieser beiden Drehfelder um einen konstanten Raumwinkel α gegeneinander verschoben, sodaß auch die E.M.Ke., welche diese beiden Drehfelder in einer und derselben Wicklung induzieren im Vektordiagramm den gleichen Winkel α einschließen müssen.

Wenn somit vom Drehfeld H_{21} im Rotor eine dem J_2 um 90^0 nacheilende Spannung E'_{22} induziert wird, so muß die vom Drehfelde H_{12} herrührende Spannung um α^0 gegen diese verschoben sein. Es war in Abb. 13 angenommen, H_{12} eile dem H_{21} um α voraus; infolgedessen muß auch jetzt $\dot{E}_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ dem $E_{22}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ um α^0 voreilend angetragen werden.

Das Drehfeld H_{32} rotiert synchron mit dem fiktiven Drehfelde H_{23} und sei gegenüber diesem um den konstanten Raumwinkel β verschoben. Die absolute Größe der Spannung, die von diesem Drehfeld im Rotor induziert wird, ist in ganz gleicher Weise gebildet wie diejenige des Feldes H_{12}; es ergibt sich jetzt eine Spannung $E_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$, welche mit einer Wechselreaktanz $k_{32} = k_{12}$ zu rechnen ist.

$$E_{32}\cdot\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} = k_{32}\cdot\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}\cdot J_3 \quad \ldots\ldots \text{XXII}$$

$$k_{32} = k_{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XXIIa.}$$

Nach den wiederholt erörterten Beziehungen muß nun die Spannung, welche vom Felde H_{32} mit derjenigen, welche vom Felde H_{23} in der Rotorwicklung induziert wird, im Vektordiagramm auch den Winkel β einschließen. Über die Größe von β ist noch keine Festsetzung getroffen. Es wird in Abb. 14 die Spannung $E_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ um β^0 gegen $E_{22}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ gedreht aufgetragen.

Bezeichnet noch E_2 den gesamten Widerstand der Rotorwicklung; σ_2 den Streuungskoëffizient dieser Wicklung, dann ist die Streureaktanz:

$$k_{2\sigma} = k_{22}\cdot\sigma_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XXIIIa}$$

die Streuspannung:

$$\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}E_{2\sigma} = k_{2\sigma}\cdot J_2\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} \quad \ldots\ldots \text{XXIII}$$

der Ohm'sche Spannungsabfall:

$$E_{2r} = r_2\cdot J_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{XXIV}$$

und wenn die Gleichungen in der richtigen vektoriellen Form geschrieben werden:

$$\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}\dot{E}_{2\sigma} = +j\cdot k_{2\sigma}\cdot\dot{J}_2\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} \quad \ldots\ldots \text{XXV}$$

und $$\dot{E}_{2r} = -r_2\cdot\dot{J}_2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{XXVI.}$$

Bei Berücksichtigung der Tatsache, daß die Summe aller im Rotor induzierten Spannungen als Resultierende die Klemmenspannung, die mit $\dot{J}_2$ bezeichnet werden soll, ergeben muß, schreibt sich jetzt die Vektorgleichung des sekundären Stromkreises:

$$\dot{E}_{22}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{2\sigma}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{1r}=\dot{J}_2 \quad \text{XXVII}$$

bezeichnet wieder: $k_{22}+k_{2\sigma}=k_2$ XXVIII

die gesamte sekundäre Reaktanz und werden, soweit bekannt, für die Spannungen die Stromwerte eingeführt, so ergibt sich:

$$j\,.\,k_2\,.\,\dot{J}_2\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}-\dot{J}_2 r_2=\dot{J}_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XXVIIa.}$$

Für die Belastung des Rotors sei angenommen, daß sie allgemein aus einem Wechselstromwiderstand bestehe, dessen ohmscher Widerstand R_2 und dessen Reaktanz für ν_1 Perioden K_2 sei.

Da jedoch im Rotor ein Wechselstrom von $\nu_1-\nu_2$ Perioden zirkuliert, kommt zur Berechnung der Reaktanzspannung nicht der Wert K_2 sondern die Größe $K_2\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ in Betracht und die Klemmenspannung $\dot{J}_2$ muß der Vektorgleichung genügen:

$$\dot{J}_2=\dot{J}_2\left[R_2-j\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}\,.\,K_2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XXIX.}$$

Mit Einführung dieses Wertes in Gleichung XXVIIa ergibt sich zunächst als Gleichung des sekundären Stromkreises:

$$j\,.\,k_2\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}\,.\,\dot{J}_3+\dot{E}_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}+\dot{E}_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}-\dot{J}_2 r_2=$$
$$\dot{J}_2\left[R_2-j\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}\,.\,K_2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XXVIIb.}$$

Die Größen des tertiären Stromkreises:

Als tertiärer Stromkreis war der Stator mit der angeschlossenen Generatorwicklung aufgefaßt worden. In diesem Stromkreise werden alle ν_3 periodigen Strom- und Spannungsgrößen zu einem Vektordiagramm vereinigt werden können.

Sekundär und tertiär Kreis verhalten sich zueinander wie sich primär und sekundär Kreis eines gewöhnlichen Induktionsmotors verhalten. Es ist zunächst das fiktive Feld H_{23}, welches sich gegenüber dem Stator mit einer absoluten Tourenzahl (n_1-2n_2)

dreht, und dementsprechend eine Spannung von der Periodenzahl

$$\nu_3 = \frac{p\,(n_1 - 2n_2)}{60} = \frac{pn_1}{60} - 2\,\frac{pn_2}{60} = \nu_1 - 2\nu_2$$

erzeugt.

Diese mit E_{23} bezeichnete Spannung ruft in dem durch die Generator-Konstanten geschlossenen Stromkreis einen Strom J_3 hervor. Angenommen es sei nun zunächst der Strom J_3 als das gegebene zu betrachten, so erzeugt der Strom J_3 ein Drehfeld H_{32}, welches in bekannter Weise phasengleich mit dem Strom J_3 verläuft. Es ist also H_{32} in Richtung von J_3 anzutragen. Abb. 16.

Das Drehfeld H_{32} erzeugt nun pro Phase in der Statorwicklung eine Spannung, die genau in der gleichen Weise zu rechnen ist wie E_{11}.

Da $k_{33} = k_{11}$, so wird

$$E_{33} = k_{11} \cdot J_3$$

und da k_{11} mit ν_1 Perioden gerechnet wurde, stellt E_{33} eine Spannung dar, die das Drehfeld H_{32} induzieren würde, wenn es die Tourenzahl n_1 hätte. Um auf die wirkliche Spannung zu kommen, ist sonach E_{33} noch mit $\frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1}$ zu multiplizieren und wird demzufolge die vom Felde H_{32} pro Statorphase induzierte Spannung in ihrer absoluten Größe:

$$E_{33} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} = k_{11} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot J_3 \quad \ldots\ldots \quad \text{XXX.}$$

Diese Spannung eilt dem erzeugenden Felde um 90° nach und ist, da das Feld in Phase mit J_3 verläuft, senkrecht hinter J_3 abzutragen, wie Abb. 16 zeigt. Diese Tatsache läßt sich auch durch die Vektorgleichung darstellen:

$$\dot{E}_{33} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} = + j \cdot k_{11} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_3 \quad \ldots \quad \text{XXXI.}$$

Auf Seite 31 wurde bereits erklärt, daß die Maximalwerte der beiden Drehfelder H_{32} und H_{23} um einen konstanten Raumwinkel β gegeneinander verschoben sind, daß infolgedessen auch die E.M.Ke., welche von diesen beiden Feldern in ein und derselben Wicklung entstehen, um den gleichen Winkel β im Vektordiagramm gegeneinander verdreht sein müssen. Durch Abb. 14 wurde schon willkürlich festgelegt, daß H_{32} gegen H_{23} um β^0 vorauseile. Es muß deshalb in Abb. 16 die Spannung, welche vom Felde H_{32} im Stator induziert wird auch der vom Felde H_{23} induzierten Spannung um β^0 vorangezeichnet werden.

Die Größe dieser Spannung ergab sich aus den Gleichungen XII und XIII Seite 24 zu:

$$E_{23} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} = k_{23} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot J_2$$

In der Statorwicklung, welche pro Phase einen Widerstand r_1 und eine Streureaktanz $k_{1\sigma}$ pro ν_1 Perioden besitzt, erzeugt der Strom J_3 nach Größe und Phase:

einen ohm'schen Spannungsabfall: $\dot{E}_{3r} = -\dot{J}_3 \cdot r_1$ . . . XXXII

eine Streuspannung: $\dot{E}_{3\sigma} \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} = +j \cdot k_{1\sigma} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_3$. XXXIII.

Der tertiäre Stromkreis verhält sich in Bezug auf die Generatorwicklung wie ein stromabgebender Kreis, es muß also an den Klemmen der Generatorwicklung eine $(\nu_1 - 2\nu_2)$ periodige Klemmenspannung $\mathcal{J}_g$ entstehen, welche die geometrische Summe aller im Stator induzierten $(\nu_1 - 2\nu_2)$ periodigen E.M.Ke. ist. Mithin:

$$\dot{E}_{33} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} + \dot{E}_{23} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} + \dot{E}_{3\sigma} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} + \dot{E}_{3r} = \dot{\mathcal{J}}_g \quad . \quad . \quad . \text{ XXXIV.}$$

Wird die Generatorwicklung ersetzt durch einen gedachten Wechselstromwiderstand mit pro Phase konstantem Widerstand R_g und konstanter Reaktanz K_g für ν_1 Perioden, dann gilt zwischen $\mathcal{J}_g$ und J_3, wie auf Seite 32 für $\mathcal{J}_2$ und J_2 angegeben, die vektorielle Beziehung:

$$\dot{\mathcal{J}}_g = \dot{J}_3 \left[R_g - j \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot K_g \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \text{ XXXV.}$$

Wird berücksichtigt, daß nach Gleichung XX $k_1 = k_{11} + k_{1\sigma}$ und werden die Werte der Gleichungen XXXI, XXXII und XXXIII in die Schlußgleichung eingesetzt, so resultiert als Vektorgleichung des tertiären Stromkreises:

$$j \cdot k_1 \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_3 + \dot{E}_{23} \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} - \dot{J}_3 \cdot r_3 = \dot{J}_3 \left[R_g - j \cdot \frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} \cdot K_g \right] \text{ XXXIVa.}$$

Vereinigung der 3 Vektordiagramme zu einem gemeinsamen Diagramm ohne physikalisch—vektorielle Bedeutung:

In den Vektordiagrammen der Abb. 13, 14 und 16 wurden der größeren Übersichtlichkeit halber jeweils nur die von den Drehfeldern induzierten Spannungen in ihrer Richtung zu den Strömen eingezeichnet. Wie schon öfter hervorgehoben, gilt

jedes Vektordiagramm nur für eine ganz bestimmte Periodenzahl und eine Zuzammensetzung von Vektoren verschiedener Periodenzahl zu einem Vektordiagramm ist aus physikalischen Gründen unzulässig.

Bezeichnet man die Diagramme nachträglich mit I, II und III, so sieht man, daß Diagr. I und II den Winkel α; Diagr. II und III den Winkel β gemeinsam haben.

Würde aber jetzt Diagramm I und II so übereinander gezeichnet, daß der Winkel α sich gerade deckt, so ergibt sich ein in Abb. 17 dargestelltes Diagramm, dem jedoch in keiner Weise die Eigenschaften eines Vektordiagrammes mehr zukommen.

Dieses Diagramm IV hat nur zunächst zeichnerische Bedeutung, indem festgelegt wurde das Diagramm I und das Diagramm II nicht getrennt, sondern ineinander zu zeichnen und zwar so, daß gerade die den Winkel α einschließenden Schenkel sich decken In dieser Darstellung nun fällt E_{11} in Richtung von $E_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ und weiterhin E_{21} in Richtung von $E_{22}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$; ferner wird auch J_2 mit H_{21} gleichgerichtet.

Die Abb. 17 läßt auch sofort erkennen, daß in dieser Art der zeichnerischen Darstellung $E_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ senkrecht hinter J_1 und E_{21} senkrecht hinter J_2 zu liegen kommt.

Wird diese Art der Zusammenzeichnung beider Diagramme zu einem gemeinsamen dauernd beibehalten, so läßt sich dies dadurch rechnerisch zum Ausdruck bringen, daß man den Vektor eines Diagrammes vektoriell gegen den Vektor des anderen festlegt. Wie gerade oben erwähnt, liegt der Vektor E_{21} des Diagrammes I senkrecht hinter dem Vektor J_2 des Diagrammes II. Bekannt ist aber aus Gleichung XII Seite 24, daß E_{21} und J_2 in ihren absoluten Größen durch die Gleichung: $E_{21} = k_{21} \cdot J_2$ verbunden sind. Will man also auch die Lage von E_{21} in dem Diagramm IV zum Ausdruck bringen, so ergibt sich die Vektorgleichung:

$$\dot{E}_{21} = + j \cdot k_{21} \cdot \dot{J}_2 \quad . \quad . \text{ XXXVI.}$$

Physikalisch betrachtet ist diese Gleichung sinnlos, da ja E_{21} eine ν_1 periodige, J_2 eine $(\nu_1-\nu_2)$ periodige Größe ist. Der Zweck dieser Gleichung war aber auch nicht der, ein physikalisches Gesetz zum Ausdruck zu bringen, sondern die Lage zu fixieren,

in welcher das Vektordiagramm II zum Vektordiagramm I aufgezeichnet werden soll.

Wird nun die Gleichung XXXVI zeichnerisch erfüllt, dann fällt sofort die Richtung von $E_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ senkrecht hinter J_1 und da ferner E_{12} durch Gleichung Va und Vb seiner absoluten Größe nach in einem bestimmten Verhältnis zu J_1 steht ($E_{12} = k_{12} \cdot J_1$), so ergibt sich auch hiefür eine Vektorgleichung, deren Sinn rein zeichnerisch aufzufassen ist:

$$\dot{E}_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} = +\,j \cdot k_{12}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_1 \quad \text{XXXVII}$$

Außer diesen Gleichungen rein zeichnerischer Bedeutung bestehen natürlich im Diagramm IV auch noch alle jene vektoriellen Beziehungen, welche für die Diagramme I und II getrennt abgeleitet wurden und denen außer der zeichnerischen ja auch eine physikalische Bedeutung innewohnt.

In gleicher Weise wie Diagramm I mit Diagramm II vereinigt wurde, soll nun Diagramm II mit Diagramm III derart zusammengezeichnet werden, daß die in beiden Diagrammen den Winkel β bildenden Vektoren zusammenfallen. Man gelangt auf diese Weise zu einem in Abb. 18 dargestellten Diagramm V, welches ebenso wie das Diagramm IV kein eigentliches Vektordiagramm ist.

Bei den in dieser Weise vereinigten Diagrammen fällt $E_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ in Richtung mit $E_{33}\frac{\nu_1-2\nu_2}{\nu_1}$ und $E_{22}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ in Richtung mit $E_{23}\frac{\nu_1-2\nu_2}{\nu_1}$ und damit gilt für die Aufzeichnung die Beziehung, daß $E_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1}$ um 90° hinter J_3, sowie $E_{23}\frac{\nu_1-2\nu_2}{\nu_1}$ um 90° hinter J_2 aufzutragen ist. Nun bestehen aber zwischen den absoluten Werten von E_{32} und J_3 und ebenso zwischen denjenigen von E_{23} und J_2 Beziehungen, welche durch die Gleichungen XXII und XI bezw. XIII gegeben sind.

Im Diagramm V läßt sich also E_{32} nach Lage und Größe durch J_3 ausdrücken und ebenso E_{23} durch J_2. Man erhält:

$$\dot{E}_{32}\frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} = +\,j \cdot k_{32} \cdot \frac{\nu_1-\nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_3 \quad \text{XXXVIII}$$

und: $$\dot{E}_{23} \cdot \frac{\nu_1-2\nu_2}{\nu_1} = +\,j \cdot k_{23} \cdot \frac{\nu_1-2\nu_2}{\nu_1} \cdot \dot{J}_2 \quad \text{XXXIX}$$

Diese beiden Gleichungen haben in ihrer vektoriellen Schreibweise nur rein zeichnerische Bedeutung. Außer ihnen gelten wieder alle anderen bereits abgeleiteten vektoriellen Beziehungen.

Würde man alle 3 Diagramme I, II und III in der Weise zusammenzeichnen, daß man zunächst I mit II und dann noch II mit III in der vorher beschriebenen Art verbindet, so ergibt sich ein ineinandergezeichnetes Gesamtdiagramm VI. Abb. 19, für welches alle bisher abgeleiteten vektoriellen Beziehungen Gültigkeit haben, gleichviel ob sich dieselben auf die rein zeichnerische Lage beziehen, oder ob teilweise auch gleichzeitig eine physikalische Bedeutung zugrunde liegt.

Der Übersichtlichkeit halber sind wieder nur die von den 4 Drehfeldern induzierten Spannungen eingetragen, während die Streuspannungen und ohm'schen Spannungsabfälle weggelassen wurden.

Dieses so resultierende Diagramm hat, wie schon betont, keine rein physikalische Bedeutung mehr; die geometrische Lage der einzelnen Strom- und Spannungsgrößen zueinander wird durch die Seite 27—36 abgeleiteten Gleichungen bestimmt, die ganz allgemein für jede Art der Belastung ihre Richtigkeit haben.

Als bekannte Größen dürfen die sämtlichen Konstanten des Periodenumformers, diejenigen des Generators und diejenigen des Belastungsstromkreises angesehen werden. Ferner sei gegeben die dem Stator zugeführte Klemmenspannung pro Phase und die Tourenzahl des Rotors nach absoluter Größe und Drehrichtung gegenüber dem primären Statordrehfeld.

Unter diesen Voraussetzungen muß es möglich sein alle weiteren Größen aus den bis jetzt aufgestellten Gleichungen zu rechnen. Zuvor sei noch folgende Bezeichnung eingeführt:

Der Schlupf zwischen Rotor und Statordrehfeld ist durch den Ausdruck $\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1}$ charakterisiert; es soll nun $\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = s$ gesetzt werden; dann ist: $1 - \frac{\nu_2}{\nu_1} = s$; $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 - s$

$$\frac{\nu_1 - 2\nu_2}{\nu_1} = 1 - 2\frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 - 2\,(1 - s) = -1 + 2s = 2s - 1$$

Bei Zusammenfassung von:

1. Gleichung XIXa Seite 29 mit Gleichung XXXVI Seite 35,
2. Gleichung XXVIIb Seite 32 mit den Gleichungen XXXVII Seite 36 und XXXVIII Seite 36,

3. Gleichung XXXIVa Seite 34 mit Gleichung XXXIX Seite 36,

ergeben sich folgende wichtige Beziehungen:

1. $\dot{\Delta}_1 + j \cdot k_1 \cdot \dot{J}_1 + j\,k_{21} \cdot \dot{J}_2 - \dot{J}_1 \cdot r_1 = 0$
2. $j \cdot k_2 \cdot s \cdot \dot{J}_2 + j \cdot k_{12} \cdot s \cdot \dot{J}_1 + j \cdot k_{32} \cdot s \cdot \dot{J}_3 - \dot{J}_2 \cdot r_2 = \dot{J}_2 [R_2 - j \cdot s \cdot K_2]$
3. $j\,k_1 (2s-1) \cdot \dot{J}_3 + j \cdot k_{23} \cdot (2s-1) \cdot \dot{J}_2 - \dot{J}_3 r_1 = \dot{J}_3 [R_g - j\,(2s-1)\,K_g]$

Eine Umformung von Gleichung 1 ergibt:

$$\dot{\Delta}_1 - \dot{J}_1 (r_1 - j\,k_1) = -j\,k_{21} \cdot \dot{J}_2$$

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{\Delta}_1 + j\,k_{21} \cdot \dot{J}_2}{r_1 - j\,k_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1^a.$$

Auch Gleichung 2 soll umgestellt werden:

$$-\dot{J}_2 [r_2 - j \cdot k_2 \cdot s] - \dot{J}_2 [R_2 - j \cdot s \cdot K_2] = -j\,k_{12} \cdot s \cdot \dot{J}_1 - j \cdot k_{32} \cdot s \cdot \dot{J}_3$$

Nach Gleichung XXIIa Seite 31 kann für $k_{32} = k_{12}$ gesetzt werden; damit vereinfacht sich:

$$\dot{J}_2 [(r_2 + R_2) - j \cdot s\,(k_2 + K_2)] = j \cdot s \cdot k_{12} (\dot{J}_1 + \dot{J}_3) \quad \ldots\ldots \quad 2^a.$$

Gleichung 3 läßt sich schreiben zu:

$$-\dot{J}_3 \Big[r_1 - j\,(2s-1) \cdot k_1 \Big] - \dot{J}_3 \Big[R_g - j\,(2s-1) \cdot K_g \Big] = -j\,(2s-1)\,k_{23} \cdot \dot{J}_2$$

$$\dot{J}_3 \Big[(r_1 + R_g) - j\,(2s-1) \Big\{ k_1 + K_g \Big\} \Big] = j\,(2s-1)\,k_{23} \cdot \dot{J}_2$$

$$\dot{J}_3 = \frac{j\,(2s-1)\,k_{23} \cdot \dot{J}_2 \Big[(r_1 + R_g) + j\,(2s-1) \Big\{ k_1 + K_g \Big\} \Big]}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2\ k_1 + K_g)^2} \quad \ldots\ldots \quad 3^a.$$

Für $\dot{J}_1$ und $\dot{J}_3$ die Werte aus den Gleichungen 1^a und 3^a in Gleichung 2^a eingesetzt ergibt sich:

$$\dot{J}_2 \Big[(r_2 + R_2) - j \cdot s\,(k_2 + K_2) \Big] = j \cdot s \cdot k_{12} \frac{\dot{\Delta}_1}{r_1 - j\,k_1} + j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \frac{j \cdot k_{21} \cdot \dot{J}_2}{r_1 - j\,k_1} +$$

$$+ j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \frac{j\,(2s-1) \cdot k_{23}\ \dot{J}_2 (r_1 + R_g)}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2} +$$

$$+ j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \frac{j\,(2s-1) \cdot k_{23} \cdot \dot{J}_2 \cdot j\,(2s-1)\,(k_1 + K_g)}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2\,(k_1 + K_g)^2} \cdot$$

$$= j \cdot s \cdot k_{12} \frac{\dot{\Delta}_1}{r_1 - j\,k_1} - s \cdot k_{12} k_{21} \cdot \dot{J}_2 \frac{r_1 + j\,k_1}{r_1^2 + k_1^2} -$$

$$- s\,(2s-1) \cdot k_{12} \cdot k_{23}\ \dot{J}_2 \frac{r_1 + R_g}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2\ (k_1 + K_g)^2} -$$

$$- j \cdot s\,(2s-1)^2 k_{12} \cdot k_{23} \cdot \dot{J}_2 \frac{k_1 + K_g}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2\,(k_1 + K_g)^2} \cdot$$

Werden alle Glieder mit J_2 auf eine Seite gebracht und dabei gleichzeitig die reellen Glieder und die Glieder, welche den

Faktor j enthalten, vereinigt; wird ferner berücksichtigt, daß $k_{23} = k_{21}$ ist, dann ergibt sich schließlich folgender Ausdruck:

$$\dot{J}_2\Big[\Big\{r_2 + R_2 + s \cdot k_{12} k_{21} \cdot \frac{r_1}{r_1^2 + k_1^2} + s(2s-1) \cdot k_{12} \cdot k_{21} \cdot \frac{r_1 + R_g}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2}\Big\} - j \cdot s \Big\{k_2 + K_2 - k_{12} k_{21} \cdot \frac{k_1}{r_1^2 + k_1^2} - k_{12} k_{21} \frac{(2s-1)^2 (k_1 + K_g)}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2}\Big\}\Big] = j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \frac{\dot{J}_1}{r_1 - j k_1}.$$

Um nun eine Beziehung zwischen $\dot{J}_1$ und $\dot{J}_2$ zu finden, muß aus dieser Gleichung $\dot{J}_1$ eliminiert werden, was nochmals mit Hilfe von Gleichung 1^a geschehen kann.

Gleichung 1^a wird durch beiderseitige Multiplikation mit $j\, k_{12} \cdot s$ umgeformt:

$$j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \dot{J}_1 = j \cdot s \cdot k_{12} \frac{\dot{J}_1}{r_1 - j k_1} + j \cdot s \cdot k_{12} \frac{j k_{21} \cdot \dot{J}_2}{r_1 - j k_1}$$

$$+ j \cdot s\, k_{12} \frac{\dot{J}_1}{r_1 - j k_1} = + j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \dot{J}_1 + \dot{J}_2 \Big[s \cdot k_{12} k_{21} \frac{r_1}{r_1^2 + k_1^2} - j \cdot s\, k_{12} k_{21} \frac{k_1}{r_1^2 + k_1^2}\Big]$$

Den Wert für: $j \cdot s \cdot k_{12} \frac{\dot{J}_1}{r_1 - j k_1}$ in die obenstehende Gleichung eingeführt und zusammengefaßt bildet sich nachstehende Gleichung:

$$j \cdot s\, k_{12} \cdot \dot{J}_1 = \dot{J}_2 \Big[\Big\{r_2 + R_2 + \frac{s(2s-1) k_{12} k_{21} \cdot (r_1 + R_g)}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2}\Big\} - j \cdot s \Big\{k_2 + K_2 - \frac{(2s-1)^2 \cdot k_{12} k_{21} \cdot (k_1 + K_g)^2}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2}\Big\}\Big] 4.$$

Zur Vereinfachung:

$$\frac{s(2s-1) \cdot k_{12} \cdot k_{21}}{(r_1 + R_g)^2 + (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2} = \alpha \quad . \quad . \quad . \quad 5.$$

dann schreibt sich Gleichung 4 in der Form.

$$j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \dot{J}_1 = \dot{J}_2 \Big[\Big\{r_2 + R_2 + \alpha (r_1 + R_g)\Big\} - j \Big\{s \cdot k_2 + s \cdot K_2 - (2s-1) \cdot \alpha \cdot (k_1 + K_g)\Big\}\Big] 4^a.$$

Das reelle Glied sei: $A = r_2 + R_2 + \alpha (r_1 + R_g)$
das imaginäre: $B = s \cdot k_2 + s \cdot K_2 - (2s-1) \cdot \alpha (k_1 + K_g)$. 6.

so ergibt sich endlich die Beziehung zwischen dem primären und dem sekundären Strome in der Form:

$$j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \dot{J}_1 = \dot{J}_2 \Big[A - j \cdot B\Big] \quad . \quad . \quad . \quad 4^b.$$

Aus Gleichung 4^b rechnet sich:

$$\dot{J}_2 = j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \dot{J}_1 \frac{A + j\,B}{A^2 + B^2} \quad \ldots\ldots\ldots 4^c.$$

Mit diesem Wert von $\dot{J}_2$ in Gleichung 1^a ergibt sich eine Beziehung zwischen dem primären Strom und der primären Klemmenspannung:

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{J}_1}{r_1 - j\,k_1} + j \cdot k_{21} \cdot \frac{j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \dot{J}_1 (A + j\,B)}{(r_1 - j\,k_1) \cdot (A^2 + B^2)}$$

$$\dot{J}_1 \left[\left\{ r_1 + s \cdot k_{12} \cdot k_{21} \frac{A}{A^2 + B^2} \right\} - j \left\{ k_1 - s \cdot k_{12} \cdot k_{21} \frac{B}{A^2 + B^2} \right\} \right] = \dot{J}_1 \quad \ldots 7.$$

Die Gleichung 4^c kann noch nach reellen und imaginären Gliedern geordnet werden, dann ergibt sich:

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[- s \cdot k_{12} \cdot \frac{B}{A^2 + B^2} + j \cdot s \cdot k_{12} \cdot \frac{A}{A^2 + B^2} \right] \quad \ldots\ldots 8.$$

In der gleichen Weise soll die Gleichung 3^a geordnet werden, um eine leicht auswertbare Beziehung zwischen J_3 und J_2 zu erhalten:

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 \left[- \frac{(2s - 1)^2 \cdot k_{21} \cdot (k_1 + K_g)}{(r_1 + R_g)^2 + (2s - 1)^2 (k_1 + K_g)^2} + j \cdot \frac{(2s - 1)\, k_{21} \cdot (r_1 + R_g)}{(r_1 + R_g)^2 + (2s - 1)^2 (k_1 + K_g)^2} \right] \quad \ldots\ldots 9^a$$

oder in einfacherer Form geschrieben:

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 \left[- \alpha \frac{2s - 1}{s \cdot k_{12}} (k_1 + K_g) + j \cdot \alpha \frac{1}{s \cdot k_{12}} (r_1 + R_g) \right] \quad \ldots\ldots 9.$$

Mit weiterer Kenntnis der Gleichung der sekundären Klemmenspannung auf Seite 32:

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_2 \left[R_2 - j \cdot s \cdot K_2 \right] \quad \ldots\ldots\ldots 10.$$

kann mit Hilfe der Gleichungen 5, 6, 7, 8, 9 und 10 jede der besonders interessierenden Strom- und Spannungsgrößen gerechnet werden.

Für die sekundäre Klemmenspannung $\dot{J}_2$ soll mit folgendem noch eine Gleichung abgeleitet werden, welche eine direkte Berechnung dieser Größe aus den Konstanten der Maschine und denen des Belastungsstromkreises gestattet, wenn noch weiterhin die primäre Klemmenspannung $\dot{J}_1$ bekannt ist.

Ausgehend von Gleichung 10

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_2 \left[R_2 - j \cdot s \cdot K_2 \right]$$

muß zunächst für $\dot{J}_2$ der Wert aus Gleichung 4c eingesetzt werden; es war:

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \, j \, . \, k_{12} \, . \, s \, \frac{A + j \, . \, B}{A^2 + B^2}$$

damit wird:

$$\dot{\mathcal{J}}_2 = \dot{J}_1 \left[R_2 - j \, . \, s \, K_2\right] j \, . \, k_{12} \, . \, s \, \frac{A + j \, . \, B}{A^2 + B^2}$$

Gleichung 7 ermöglicht nun $\dot{J}_1$ durch $\dot{\mathcal{J}}_1$ auszudrücken:

$$\dot{J}_1 = \dot{\mathcal{J}}_1 \frac{\left(r_1 + \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, A}{A^2 + B^2}\right) + j \left(k_1 - \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, B}{A^2 + B^2}\right)}{\left(r_1 + \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, A}{A^2 + B^2}\right)^2 + \left(k_1 - \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, B}{A^2 + B^2}\right)^2}$$

Mit Einführung dieses Ausdruckes rechnet sich nun die gesuchte Beziehung zwischen $\dot{\mathcal{J}}_2$ und $\dot{\mathcal{J}}_1$:

$$\dot{\mathcal{J}}_2 = \dot{\mathcal{J}}_1 \left[R_2 - j \, . \, s \, . \, K_2\right] . \, j \, . \, k_{12} \, . \, s \, . \, \frac{A + j \, . \, B}{A^2 + B^2} \, .$$

$$\cdot \frac{\left(r_1 + \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, A}{A^2 + B^2}\right) + j \, . \left(k_1 - \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, B}{A^2 + B^2}\right)}{\left(r_1 + \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, A}{A^2 + B^2}\right)^2 + \left(k_1 - \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, B}{A^2 + B^2}\right)^2}$$

$$\dot{\mathcal{J}}_2 = \dot{J}_1 \frac{[R_2 - j \, . \, s K_2] \, j \, . \, k_{12} . s \, . \, (A + j B) . \left[\left(r_1 + \frac{s . k_{12} . k_{21} . A}{A^2 + B^2}\right) + j \left(k_1 - \frac{s . k_{12} . k_{21} . B}{A^2 + B^2}\right)\right]}{(A^2 + B^2) \, . \left[\left(r_1 + \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, A}{A^2 + B^2}\right)^2 + \left(k_1 - \frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21} \, . \, B}{A^2 + B^2}\right)^2\right]}$$

Zur Vereinfachung:

$$\frac{s \, . \, k_{12} \, . \, k_{21}}{A^2 + B^2} = v$$

$$\dot{\mathcal{J}}_2 = \dot{\mathcal{J}}_1 \, . \, \frac{[R_2 - j \, . \, s \, K_2] \, . \, k_{12} \, . \, s \, (- B + j \, A) \, . \, [(r_1 + v \, . \, A) + j \, (k_1 - v \, . \, B)]}{(A^2 + B^2) \, [(r_1 + v \, . \, A)^2 + (k_1 - v \, B)^2]}$$

$$= \dot{J}_1 \Big[\frac{[k_{12} \, . \, s \, . \, R_2 - j \, . \, k_{12} \, . \, s^2 \, . \, K_2] \, . \left[- \left\{ B \, (r_1 + v \, A) + A \, (k_1 - v \, . \, B) \right\} \right]}{(A^2 + B^2) \, [r_1 + v \, . \, A)^2 + (k_1 - v \, . \, B)^2]}$$

$$- j \, \frac{B \, (k_1 - v \, . \, B) - A \, (r_1 + v \, . \, A)}{(A^2 + B^2) \, [(r_1 + v \, A)^2 + (k_1 - v \, B)^2]} \Big] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11.$$

Die Gleichung 11 hat jetzt eine zur Weiterrechnung bequeme Form angenommen. Der Zähler enthält das Produkt zweier komplexer Zahlen, der Nenner ist eine reelle Zahl; es ist symbolisch geschrieben:

$$\dot{\mathcal{J}}_2 = \dot{\mathcal{J}}_1 \frac{(a - jb) \, (- c - jd)}{N}$$

Diese Gleichung auf die normale Form reduziert, muß einen Ausdruck liefern:

$$\dot{\mathcal{A}}_2 = \dot{\mathcal{A}}_1 \left[-\frac{ac + bd}{N} - j\,\frac{ad - bc}{N} \right]$$

Es läßt sich demnach aus der Gleichung 10^a sofort die Vektorgleichung zwischen $\dot{\mathcal{A}}_2$ und $\dot{\mathcal{A}}_1$ ausschreiben:

$$\dot{\mathcal{A}}_2 = \dot{\mathcal{A}}_1 \left[\frac{-s.k_{12}.R_2\left\{B(r_1+vA)+A(k_1-v.B)\right\}+s^2.k_{12}.K_2\left\{B(k_1-v.B)-A(r_1+vA)\right\}}{(A^2+B^2)\left[(r_1+vA)^2+(k_1-vB)^2\right]} \right.$$

$$\left. -j.\frac{s.k_{12}\,R_2\left\{B(k_1-vA)-A(r_1+vA)\right\}-s^2.k_{12}.K_2\left\{B(r_1+vA)+A(k_1-vB)\right\}}{(A^2+B^2)\left[(r_1+vA)^2+(k_1-vB)^2\right]} \right]_{12}$$

Von größerem Interesse wie diese Vektorgleichung ist das Verhältnis der absoluten Werte zwischen der primär zugeführten Klemmenspannung $\mathcal{A}_1$ und der sekundär auftretenden Klemmenspannung $\mathcal{A}_2$. Zu dieser Berechnung eignet sich wieder am besten die Gleichung 11. Wenn zwischen den Vektorwerten $\dot{\mathcal{A}}_2$ und $\dot{\mathcal{A}}_1$ eine Gleichung dieser Form besteht (wie sie oben symbolisch wiedergegeben), dann ist der Zusammenhang zwischen den absoluten Werten $\mathcal{A}_2$ und $\mathcal{A}_1$ durch die Beziehung:

$$\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_1 \cdot \sqrt{\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{N^2}}$$

gegeben. Oder:

$$\mathcal{A}_2^2 = \mathcal{A}_1^2 \cdot \frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{N^2}$$

Es wird daher:

$$\mathcal{A}_2^2 = \mathcal{A}_1^2 \cdot \frac{\left[(k_{12}\,.\,s\,.\,R_2)^2+(k_{12}\,.\,s^2\,.\,K_2)^2\right].\left[B^2(r_1+vA)^2+\right.}{\left\{(A^2+B^2)\left[(r_1+vA)^2+(k_1-vB)^2\right]\right\}^2}$$

$$\frac{\left.+A^2(k_1-vB)^2+B^2(k_1-vB)^2+A^2\,.\,(r_1+vA)^2\right]}{\left\{(A^2+B^2)\left[(r_1-vA)^2+(k_1-vB)^2\right]\right\}^2}$$

$$= \mathcal{A}_1^2 \cdot \frac{(k_{12}\,.\,s)^2\left[R_2^2+s^2\,.\,K_2^2\right].\left[(A^2+B^2)\left\{(r_1+vA)^2+(k_1-vB)^2\right\}\right]}{\left\{(A^2+B^2)\left[(r_1+vA)^2+(k_1-vB)^2\right]\right\}^2}$$

$$\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_1\,.\,k_{12}\,.\,s\,.\sqrt{\frac{R_2^2+s^2\,.\,K_2^2}{(A^2+B^2)\left[(r_1+vA)^2+(k_1-vB)^2\right]}}$$

Wird für v der auf Seite 41 ersetzte Ausdruck wieder eingeführt, dann bildet sich der Nenner des unter dem Wurzelzeichen stehenden Bruches um:

$$(A^2+B^2)\left[\left(r_1+\frac{s\,.\,k_{12}k_{21}\,.\,A}{A^2+B^2}\right)^2+\left(k_1-\frac{s\,.\,k_{12}k_{21}\,.\,B}{A^2+B^2}\right)^2\right]=$$

$$=(A^2+B^2)(r_1^2+k_1^2)+s\,.\,k_{12}k_{21}\left[2(Ar_1-Bk_1)+s\,.\,k_{12}k_{21}\right]$$

und damit wird endlich:

$$J_2=J_1k_{12}\,.\,s\,.\sqrt{\frac{R_2^2+s^2\,.\,K_2^2}{(A^2+B^2)(r_1^2+k_1^2)+s\,.\,k_{12}\,.\,k_{21}[2\,Ar_1\quad Bk_1)+s\,.\,k_{12}k_{21}]}}\quad 12^a.$$

Mit dieser Gleichung könnte auch zu jeder beliebigen Belastung R_2 und K_2 des sekundären Schließungskreises der prozentuelle Spannungsabfall gerechnet werden:

$$\varepsilon=100\frac{J_1-J_2}{J_1}=100\left(1-\frac{J_2}{J_1}\right)$$

$$\varepsilon=100\left(1\quad k_{12}\,s\sqrt{\frac{R_2^2+s^2\,.\,K_2^2}{(A^2+B^2)(r_1^2+k_1^2)+s\,.\,k_{12}k_{21}\,[2(Ar_1-Bk_1)+s\,k_{12}k_{21}]}}\right)12^b.$$

Aus Gleichung 7 läßt sich die ideelle Phasenverschiebung zwischen dem primären Strom und der primär zugeführten Klemmenspannung rechnen:

$$\cos\varphi_1=\frac{r_1+s\,.\,k_{12}k_{21}\frac{A}{A^2+B^2}}{\sqrt{\left(r_1+s\,.\,k_{12}k_{21}\frac{A}{A^2+B^2}\right)^2+\left(k_1-s\,.\,k_{12}k_{21}\,.\,\frac{B}{A^2+B^2}\right)^2}}\quad .\quad 7^a.$$

Dieser Wert des $\cos\varphi_1$ ist aber nur scheinbar; der meßbare Wert ergibt sich wesentlich schlechter. Dies hat seinen Grund darin, daß dem Strom J_1 noch der $(\nu_1—2\nu_2)$ periodige Strom J_3 übergelagert ist, sodaß der primär meßbare Strom, der mit $(J_1)_g$ bezeichnet werden soll, sich aus dem ν_1-periodigen und dem $(\nu_1—2\nu_2)$-periodigen rechnet zu:

$$J_{1g}=\sqrt{J_1^2+J_3^2}\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad 13.$$

J_{1g} wird demnach auf alle Fälle größer wie J_1 und der wirklich meßbare $\cos\varphi_{1g}$ zwischen J_1 und J_{1g} ist demnach kleiner als $\cos\varphi_1$. Der gemessene Wert $\cos\varphi_{1g}$ wird umso schlechter, je größer der Strom J_3 wird. Nun hängt die Größe von J_3, wie aus Gleichung 9^a zu ersehen ist, nicht nur von den Rotorkonstanten, sondern auch von denjenigen des Generators ab und

wird umso größer werden, je kleiner die Generatorkonstanten R_g und K_g sind. Für einen unendlich großen Generator wird J_3 zu einem Maximum; die Wirkung ist dann so, als ob der tertiäre Stromkreis kurzgeschlossen wäre.

Der gesamte primär zugeführte Strom J_{1g} setzt sich also vor allem aus einem ν_1-periodigen und einem $(\nu_1 - 2\nu_2)$-periodigen Strom zusammen, deren gegenseitige Lage zueinander von der Anfangsstellung des Rotors zur Zeit $t = o$ abhängt, wie dies auch bei der im Stator induzierten gesamten Spannung Seite 20—27 erörtert wurde. Die Bestätigung dieses liefern auch deutlich die in den Abb. 20—25 dargestellten Oscillogramme.

Abb. 20 zeigt die Form des im Stator erzeugten Stromes, wenn der Stator kurzgeschlossen war und dem Rotor ein 80periodiger Strom zugeführt wurde. Der Rotor war wieder s. S. 26 mit 1200 Touren entsprechend $\nu_2 = 40$ angetrieben. Es entsteht somit im kurzgeschlossenen Statorstromkreis ein Strom mit 40 und ein solcher mit 120 Perioden; also eine Stromkurve mit einer stark ausgeprägten dritten harmonischen. Abb. 20 zeigt diese Ströme in den 3 Phasen und ist das Vorhandensein einer dritten harmonischen deutlich zu sehen.

In den folgenden Abb. 21—23 sind die 3 Statorströme aufgenommen, wie sie sich bei Belastung ergeben. In allen 3 Fällen war der Stator mit 100 Volt verketteter Spannung gespeist; die Periodenzahl der zugeführten Spannung war $\nu_1 = 40$; der Rotor wurde mit 1200 Touren entsprechend 40 Perioden gegen das primäre Drehfeld angetrieben; also $n_2 = -1200$ $(\nu_2 = -40)$. Der Rotor wurde jedesmal einphasig induktionsfrei belastet. Abb. 21 entspricht einem Belastungsstrom $J_2 = 10$ Amp.

Die Aufnahme der 3 Stromkurven erfolgte an drei in die einzelnen Phasen eingeschalteten induktionsfreien Widerständen von je $^1/_{19}$ Ω.

Abb. 22 entspricht einem Belastungsstrom $J_2 = 20$ Amp.

Die Kurvenaufnahme erfolgte mit 3 eingebauten induktionsfreien Widerständen von je $^1/_{99}$ Ω d. h. mit einer $5{,}_{21}$ mal geringeren Empfindlichkeit wie bei Abb. 21.

Abb. 23 entspricht einem Belastungsstrom $J_2 = 40$ Amp.

Die Empfindlichkeit ist die gleiche wie bei Abb. 22.

Zwischen den Kurvenaufnahmen der Abb. 22 und 23 wurde der Periodenumformer nicht abgestellt, diese beiden beziehen

sich also auf eine gemeinsame Anfangsstellung zwischen Stator und Rotor. Nach der Aufnahme der Kurven von Abb. 21 war die Maschine stillgesetzt worden; die gegenseitige Lage zwischen dem 40- und 120periodigen Strom der Abb. 21 wird also einer anderen Anfangsstellung zwischen Rotor und Stator entsprechen.

Die großen Unsymmetrien in den dem Generator entnommenen Stromstärken werden natürlich auch eine Rückwirkung im Generator zur Folge haben. Es läßt sich dies aus der Veränderung sehen, welche die Generatorspannungen erleiden.

Abb. 24 zeigt die Form der Generatorspannungen bei Leerlauf, wenn nur der Stator des Periodenumformers an den Generator angeschlossen ist. Der Wert der verketteten Spannung war wiederum 100 Volt; die dabei vom Periodenumformer aufgenommene Stromstärke 5,7 Amp.

Abb. 25 gibt die Form der Generatorspannungen, wenn der Rotor des Periodenumformers einphasig belastet wurde und zwar sind diese Kurven aufgenommen bei einer induktionsfreien Belastung mit $J_2 = 40$ Amp. Der Effektivwert der Spannungskurven war wieder, entsprechend der beim Versuch konstant gehaltenen Klemmenspannung, 100 Volt.

Die Meßempfindlichkeit für die in den Abb. 24 und 25 dargestellten Kurven ist die gleiche.

Die erforderliche mechanische Leistung:

Wie bereits auf Seite 6 erwähnt, wird bei jedem Periodenumformer auch noch ein bestimmter Betrag von mechanischer Leistung berücksichtigt werden müssen und zwar wird, je nach dem es sich um Periodenverminderung oder Periodenerhöhung handelt, dieser Betrag entweder frei oder er ist von außen zuzuführen.

Die Größe dieser mechanischen Leistung soll nun berechnet werden; sie wird mit + bezeichnet, wenn es eine verwertbare freiwerdende Leistung ist, sie wird als — betrachtet, wenn sie von außen zugeführt werden muß.

Wie die Berechnung der rein elektrischen Größen ohne Rücksicht auf die Eisenverluste durchgeführt wurde, so sollen jetzt bei Berechnung der mechanischen Leistung die Lager- und Luftreibungsverluste vernachlässigt werden.

Die bisher angestellten Betrachtungen lassen die Vorstellung zu, daß wir es beim einphasig belasteten Periodenumformer

gewissermaßen mit 2 ineinandersteckenden (3phasigen) Drehstromperiodenumformern zu tun haben. Eine Periodenumformung vom Stator zum Rotor mit einer Umwandlung von ν_1 in $(\nu_1 - \nu_2)$ Perioden und abermals eine Umformung vom Rotor zum Stator mit einer Veränderung der Periodenzahl $(\nu_1 - \nu_2)$ in eine solche von $(\nu_1 - 2\nu_2)$.

Unter dieser Annahme können 2mal die auf den Drehstromperiodenumformer gültigen Gesetze angewendet werden und es wird zu unterscheiden sein zwischen einer Leistung W_2, die vom Stator auf den Rotor und einer Leistung W_3 die wieder vom Rotor auf den Stator zu übertragen ist.

Nach Gleichung 7 Seite 40 war:

$$\dot{A}_1 = \dot{J}_1 \left[\left\{ r_1 + s \cdot k_{12} \cdot k_{21} \cdot \frac{A}{A^2 + B^2} \right\} - j \left\{ k_1 - s \cdot k_{12} k_{21} \frac{B}{A^2 + B^2} \right\} \right]$$

Zur Vereinfachung wird gesetzt:

$$\left. \begin{aligned} r_1 + s \cdot k_{12} \cdot k_{21} \cdot \frac{A}{A^2 + B^2} &= R_1 \\ k_1 - s \cdot k_{12} \cdot k_{21} \cdot \frac{B}{A^2 + B^2} &= K_1 \end{aligned} \right\} \quad \ldots 14.$$

dann schreibt sich:

$$\dot{A}_1 = \dot{J}_1 \left[R_1 - j \cdot K_1 \right] \quad \ldots \ldots \ldots 7^b.$$

Die auf den Rotor übertragene Leistung W_2 ist bei Vernachlässigung der Eisenverluste gleich der um die Kupferverluste verkleinerten primär zugeführten Leistung W_1 und zwar müssen alle Größen wieder pro Phase ausgedrückt sein.

$$W_2 = W_1 - J_1^2 \cdot r_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots 15.$$

Diese Leistung W_2 kann in die elektrisch abgegebene W_{2e} und die mechanische freiwerdende W_{2m} zerlegt werden.

$$W_2 = W_{2e} + W_{2m} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots 16.$$

$$\left. \begin{aligned} W_{2e} &= W_2 \cdot \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = W_2 \cdot s \\ W_{2m} &= W_2 \quad \frac{\nu_2}{\nu_1} = W_2 \, (1 - s) \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots 17.$$

Die primär zugeführte Leistung W_1 pro Phase ist gleich dem Produkt: Strom mal Wattkomponente der Spannung:

$W_1 = J_1 \, (J_1 \, R_1)$ siehe Gleichung 7^b und damit wird nach Gleichung 15.

$$W_2 = J_1^2 \cdot R_1 - J_1^2 \cdot r_1 = J_1^2 \, (R_1 - r_1)$$

und nach Gleichung 17.

$$W_{2m} = J_1^2 \, (R_1 - r_1) \cdot (1 - s).$$

Wird für R_1 aus Gleichung 14 der Wert übernommen, so schreibt sich:

$$W_{3m} = (1 - s) \cdot J_1^2 \cdot s \cdot k_{12} \cdot k_{21} \cdot \frac{A}{A^2 + B^2} \cdot \ldots \ldots \ldots 18.$$

Vom Rotor aus wird nun auf den Stator eine Leistung W_3 übertragen, welche gleich der elektrischen Leistung W_{3e} plus der mechanischen Leistung W_{3m} sein muß.

Mit Vernachlässigung der Eisenverluste setzen sich im Stator die elektrischen Verluste aus den Kupferverlusten im Stator und Generator zusammen, d. h. pro Phase

$$W_{3e} = J_3^2 [r_1 + R_g].$$

Aus den Gleichungen 17 ergibt sich ganz allgemein die für einen Drehstromperiodenumformer giltige Beziehung:

$$\frac{W_{2m}}{W_{2e}} = \frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \text{ oder: } W_{2m} = W_{2e} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2}.$$

Nun hat hier für: ν_1 der Wert $(\nu_1 - \nu_2)$; und für $(\nu_1 - \nu_2)$ der Wert $(\nu_1 - 2\nu_2)$ zu treten, während die Bedeutung von ν_2 ungeändert bleibt.

Demnach wird also:

$$W_{3m} = W_{3e} \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1 - 2\nu_2} = W_{3e} \cdot \frac{\frac{\nu_2}{\nu_1}}{1 - 2\frac{\nu_2}{\nu_1}}$$

und nach den Bezeichnungen von Seite 41

$$W_{3m} = W_{3e} \cdot \frac{1 - s}{2s - 1}.$$

Wird noch der oben gerechnete Wert von W_{3e} eingesetzt, so berechnet sich:

$$W_{3m} = \frac{1 - s}{2s - 1} \cdot J_3^2 \cdot [r_1 + R_g] \cdot \ldots \ldots 19.$$

Der Strom J_3 spielt eine untergeordnete Rolle, weshalb die mechanische Leistung W_{3m} auf den Strom J_1 zurückgeführt werden soll.

Aus Gleichung 9 Seite 40 ergibt sich der absolute Wert von J_3 aus dem geometrischen Zusammenhang, den die Gleichung darstellt:

$$J_3^2 = J_2^2 \left[\left\{ \alpha \frac{2s-1}{s \cdot k_{12}} (k_1 \cdot + K_g) \right\}^2 + \left\{ \frac{\alpha}{s \cdot k_{12}} (r_1 + R_g) \right\}^2 \right]$$

$$J_3^2 \quad J_2^2 \left[\frac{\alpha^2}{s^2 \cdot k_{12}^2} \cdot \left\{ (2s - 1)^2 (k_1 + K_g)^2 + (r_1 + R_g)^2 \right\} \right]$$

In der gleichen Weise ergibt sich aus der geometrischen Deutung der Gleichung 8 folgende Beziehung zwischen den absoluten Werten von J_2 und J_1:

$$J_2^2 = J_1^2 \cdot \left[\left(s \cdot k_{12} \frac{B}{A^2 + B^2} \right)^2 + \left(s \cdot k_{12} \cdot \frac{A}{A^2 + B^2} \right)^2 \right]$$

$$J_2^2 = J_1^2 \frac{s^2 \cdot k_{12}^2 \cdot (B^2 + A^2)}{(A^2 + B^2)^2} = J_1^2 \cdot \frac{s^2 \cdot k_{12}^2}{A^2 + B^2}$$

Mit Einführung dieses Wertes in die Gleichung Seite 47 unten:

$$J_3^2 = J_1^2 \cdot \frac{\alpha^2}{A^2 + B^2} \cdot \left\{ (2s-1)^2 (k_1 + K_g)^2 + (r_1 + R_g)^2 \right\}$$

für α den Wert von Gleichung 5 entnommen, gibt:

$$J_3^2 = J_1^2 \cdot \frac{1}{A^2+B^2} \cdot \alpha \cdot \frac{s(2s-1) k_{12} k_{21}}{(r_1+R_g)^2+(2s-1)^2(k_1+K_g)^2} \cdot \left\{ (2s-1)^2(k_1+K_g)^2+(r_1+R_g)^2 \right\}$$

$$J_3^2 = J_1^2 \cdot \frac{k_{12}\, k_{21}}{A^2 + B^2} \cdot s\,(2s-1) \cdot \alpha$$

Mit diesem Resultat formt sich die Gleichung 19 um in:

$$W_{3m} = \frac{1-s}{2s-1} \cdot J_1^2 \cdot \frac{k_{12}\, k_{21}}{A^2 + B^2} \cdot s\,(2s-1) \cdot \alpha \left[r_1 + R_g \right]$$

$$W_{3m} = J_1^2 \cdot \frac{k_{12}\, k_{21}}{A^2 + B^2} \cdot s\,(1-s) \cdot \alpha \left[r_1 + R_g \right] \quad \ldots \quad 20.$$

Die gesamte mechanische Arbeit sei mit W_m bezeichnet und rechnet sich aus der Summe der beiden Teilleistungen W_{2m} und W_{3m}

$$W_m = W_{2m} + W_{3m}$$

Mit den Werten aus Gleichung 18 und 20 wird:

$$W_m = (1-s) J_1^2 \cdot s \cdot k_{12} k_{21} \frac{A}{A^2 + B^2} + J_1^2 \cdot \frac{k_{12}\, k_{21}}{A^2 + B^2} \cdot s\,(1-s) \cdot \alpha \left[r_1 + R_g \right]$$

$$W_m = J_1^2 \cdot s\,(1-s) \frac{k_{12}\, k_{21}}{A^2 + B^2} \left[A + \alpha \left\{ r_1 + R_g \right\} \right] \quad \ldots \quad 21.$$

Die einzelnen Teilleistungen W_{2m} und W_{3m} können unabhängig voneinander negativ werden und es kann auch die Gesamtleistung W_m negativ werden; dies tritt sicher immer dann ein, wenn der Periodenumformer als Periodenerhöher in Verwendung ist. Dieser Spezialfall war auch der im Experiment untersuchte.

Für Periodenerhöhung: muß natürlich $s > 1$ sein.

Mit $s > 1$ wird aber α unter allen Umständen positiv und damit wird auch A positiv (siehe Gleichung 5 und 6 Seite 39) B könnte negativ werden; aber (A^2+B^2) bleibt natürlich auch positiv.

Im Ausdruck für W_m sind also alle Glieder positiv und das Vorzeichen hängt nur mehr von s (1—s) ab.

$$s\,(1 - s) = s - s^2.$$

Dies wird aber negativ, sowie s einen Wert größer als 1 annimmt. W_m ist folglich bei Periodenerhöhung immer negativ, d. h. es muß dem Apparat eine mechanische Leistung zugeführt werden.

Der Wirkungsgrad:

Der Wirkungsgrad ist wie bei jedem Apparate definiert als das Verhältnis zwischen der abgegebenen und der aufgenommenen Leistung. Beschränkt sich die Betrachtung auf den Fall der Periodenerhöhung, dann besteht die abgegebene Leistung in rein elektrischer Energie, während die dem Apparate zugeführte Leistung aus elektrischer und mechanischer Energie besteht.

Bezeichnet W_{2g} die meßbar abgegebene Leistung, dann ist:

$$W_{2g} = \Delta_2 \cdot J_2 \cdot \cos\varphi_2$$

und der als effektiver Wirkungsgrad zu bezeichnende Wert wird:

$$\eta = \frac{\text{meßbar abgegebene elektr. Leistung.}}{\text{aufgenommene elektr. L. + a fgen. mech. Leistg.}}$$

$$\eta = \frac{W_{2g}}{3 \,.\, W_1 + 3 \,.\, W_m} \quad \ldots\ldots 20.$$

Außer diesem effektiven Wirkungsgrad ist aber noch ein zweiter Koëffizient zur Beurteilung der Güte einer Maschine sehr schätzenswert. Es ist dies der scheinbare Wirkungsgrad, der definiert ist als das Verhältnis zwischen der meßbar abgegebenen elektrischen Leistung und der Summe aus zugeführter mechanischer Leistung + scheinbar zugeführter elektrischer Leistung in Volt-Ampère.

$$\eta_s = \frac{W_{2g}}{3 \,.\, VA_1 + 3 \,.\, W_m} \quad \ldots\ldots\ldots 21.$$

Je kleiner dieser scheinbare Wirkungsgrad ηs im Verhältnis zum effektiven Wirkungsgrad η wird, umso ungünstiger wirkt die Maschine auf den Generator zurück; denn desto größer wird die Phasenverschiebung, mit der die primär zugeführte elektrische Leistung aufgenommen wird. Daß dies gerade bei der untersuchten Maschine der Fall sein wird, geht bereits aus dem auf Seite 43 Gesagten hervor.

Die Größen des Wirkungsgrades aus obigen Formeln ergeben sich ohne Berücksichtigung der Eisen- und Reibungsverluste.

Der experimentell untersuchte Spezialfall.

Umformung von Drehstrom in Einphasenstrom doppelter Periodenzahl.

Soll im Periodenumformer eine Periodenverdoppelung stattfinden, so ist der Rotor mit gleicher Tourenzahl, wie das primäre Drehfeld besitzt anzutreiben, aber gegen die Drehrichtung desselben,

$$n_2 = -n_1$$

dann wird:

$$\nu_1 - \nu_2 = p\,\frac{n_1 - (-n_1)}{60} = 2\,p\,\frac{n_1}{60} = 2\,\nu_1$$

und

$$\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = s = \frac{2\,\nu_1}{\nu_1} = 2$$

$$\frac{\nu_1 - 2\,\nu_2}{\nu_1} = 2\,s - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

Die auf den S. 38 ff. abgeleiteten Formeln gehen dann über in:

$$\alpha = \frac{6 \cdot k_{12}\,k_{21}}{(r_1 + R_g)^2 + 9 \cdot (k_1 + K_g)^2} \quad \ldots\ldots\ldots 5.$$

$$\left.\begin{aligned} A &= r_2 + R_2 + \alpha\,(r_1 + R_g) \\ B &= 2\,(k_2 + K_2) - 3 \cdot \alpha\,(k_1 + K_g) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots 6.$$

$$\dot{J}_1\left[\left\{r_1 + 2\,k_{12}\,k_{21}\frac{A}{A^2 + B^2}\right\} - j\left\{k_1 - 2\,k_{12}\,k_{21}\frac{B}{A^2 + B^2}\right\}\right] = \dot{\mathcal{A}}_1 \quad \ldots\ldots 7.$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1\left[-2k_{12}\frac{B}{A^2 + B^2} + j \cdot 2k_{12}\frac{A}{A^2 + B^2}\right] \quad \ldots\ldots 8.$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2\left[-\alpha \cdot \frac{3}{2k_{12}}(k_1 + K_g) + j \cdot \alpha\,\frac{1}{2k_{12}}(r_1 + R_g)\right] \quad \ldots\ldots 9.$$

$$\dot{\mathcal{A}}_2 = \dot{J}_2\,[R_2 - j \cdot 2 \cdot K_2] \quad \ldots\ldots\ldots 10.$$

$$W_m = -J_1^2 \cdot 2 \cdot \frac{k_{12}\,k_{21}}{A^2 + B^2}\left[A + \alpha\left\{r_1 + R_g\right\}\right] \quad \ldots\ldots 21.$$

Berechnung der Konstanten des untersuchten Periodenumformers.

Die zur Berechnung der Konstanten erforderlichen Daten der Maschine sind:

Radius des Ankers in cm: $R = 11_{,0}$.
Ankereisenlänge in cm: $L = 7_{,0}$.
Polpaarzahl $p = 2$.
Anzahl des Statornuten: 48.

Windungszahl pro Nut im Stator: $w_s = 12$.
Anzahl der parallelen Stromkreise $a_1 = 1$.
Anzahl der Rotornuten: 60.
Windungszahl pro Nut im Rotor: $w_r = 5$.
Anzahl der parallelen Stromkreise: $a_2 = 1$.

Ferner war aus Versuchsergebnissen als bekannt anzunehmen:
Statorwiderstand pro Phase: $r_1 = 0{,}282\ \Omega$.
Rotorwiderstand der Einphasenwicklung (2 Phasen hintereinander): $r_2 = 0{,}094\Omega$.
Streuungskoëffizient. $\sigma_1 = \sigma_2 = 0{,}0423$.
Reduzierter Luftraum: $\delta'' = 0{,}10$ cm.

Nun rechnet sich zunächst:

Anzahl der Statornuten pro Pol: $z_{1s} = \frac{48}{2p} = 12$.

Zur Erzeugung der Phasenspannung hintereinander: $z_{2s} = 4$; $w_1 = z_{2s} \cdot w_s$ damit wird der Wicklungsfaktor für den Stator: $f_1 = 0{,}96$.

Anzahl der Rotornuten pro Pol: $z_{1r} = \frac{60}{2 \cdot 2} = 15$.

Zur Erzeugung der Spannung sind bei einphasiger Benützung hievon hintereinander geschaltet: $z_{2r} = 10$; $w_2 = z_{2r} \cdot w_r$ damit wird der Wicklungsfaktor für den Rotor: $f_2 = 0{,}83$.

Mit den so bekannten Werten können jetzt die Reaktanzen der Maschine gerechnet werden.

Die Rechnung erfolgt für eine primäre Periodenzahl $\nu_1 = 40$.

Nach Gleichung IVa Seite 11:

$$k_{11} = \frac{48\pi}{10} \cdot \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right)^2 \cdot \nu_1 \cdot \frac{RL}{\delta''} \cdot 10^{-8} =$$

$$\frac{48\pi}{10} \cdot \left(0{,}96 \cdot \frac{4 \cdot 12}{1}\right)^2 \cdot 40 \cdot \frac{11 \cdot 7}{0{,}1} \cdot 10^{-8} = 9{,}83\ \Omega$$

Nach Gleichung Va Seite 14:

$$k_{12} = \frac{48\pi}{10} \left(f_1 \frac{w_1}{a_1}\right) \left(f_2 \frac{w_2}{a_2}\right) \cdot \nu_1 \frac{RL}{\delta''} \cdot 10^{-8} =$$

$$\frac{48\pi}{10} \left(0{,}96 \cdot \frac{4 \cdot 12}{1}\right) \left(0{,}83 \cdot \frac{10 \cdot 5}{1}\right) \cdot 40 \cdot \frac{11 \cdot 7}{0{,}1} \cdot 10^{-8} = 8{,}85\ \Omega$$

Nach Gleichung XI Seite 24:

$$k_{21} = \frac{16\,\pi}{10}\left(f_1\,\frac{w_1}{a_1}\right)\left(f_2\,\frac{w_2}{a_2}\right)\cdot \nu_1\,\frac{RL}{\delta''}\cdot 10^{-8} =$$

$$\frac{16\,\pi}{10}\cdot\left(0{,}96\ .\ 48\right)\left(0{,}83\ .\ 50\right).\ 40\ .\ \frac{11\ .\ 7}{0{,}1}\ .\ 10^{-8} = 2{,}95\ \Omega$$

Nach Gleichung IXb Seite 20:

$$k_{22} = \frac{32\,\pi}{10}\cdot\left(f_2\,\frac{w_2}{a_2}\right)^2\cdot \nu_1\ .\ \frac{RL}{\delta''}\ .\ 10^{-8} =$$

$$\frac{32\,\pi}{10}\cdot\left(0{,}83\ .\ 50\right)^2\ .\ 40\ .\ \frac{11\ .\ 7}{0{,}1}\ .\ 10^{-8} = 5{,}31\ \Omega$$

$$k_1 = k_{11}\ (1+\sigma_1) = 9{,}83\ .\ 1{,}0423 = 10{,}23\ \Omega$$

$$k_2 = k_{22}\ (1+\sigma_2) = 5{,}31\ .\ 1{,}0423 = 5{,}54\ \Omega$$

Bei der experimentellen Untersuchung war der Periodenumformer induktionsfrei belastet gewesen.

Es sollen nun für induktionsfreie Belastung die Strom-, Spannungs- und Leistungsgrößen, wie sie sich aus den Formeln ergeben, berechnet und die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment untersucht werden.

Als weitere Vereinfachung für die Rechnung werde der Generator als unendlich groß angenommen, d. h. $R_g = 0$; $K_g = 0$. Für den Fall der induktionsfreien Belastung wird auch $K_2 = 0$, so daß sich die auf Seite 50 angegebenen Formeln noch wesentlich weiter vereinfachen.

Es rechnet sich:

$$\alpha = \frac{6\ .\ k_{12}\ .\ k_{21}}{r_x^2 + 9\ .\ k_1^2} = \frac{6\ .\ 8{,}85\ .\ 2{,}95}{0{,}282^2 + 9\ .\ 10{,}23^2} = 0{,}1663$$

$$A = r_2 + R_2 + \alpha\ .\ r_1 = 0{,}094 + R_2 + 0{,}1663\ .\ 0{,}282 = 0{,}1409 + R_2$$

$$B = 2(k_2\,.) - 3\ .\ \alpha\ .\ k_1 = 2\ .\ 5{,}54 - 3\ .\ 0{,}1663\ .\ 10{,}23 = 5{,}985$$

Δ_1 = pro Phase zugeführte Primärenspannung war $= \frac{100}{V_3} = 57{,}8$ Volt.

Berechnung für verschiedene Widerstände R_2:

$\underline{R_2 = 20\ \Omega}$

$$\dot{\Delta}_1 = \dot{J}_1\left[\left\{r_1 + 2\ .\ k_{12}\,k_{21}\ .\ \frac{A}{A^2+B^2}\right\} - j\left\{k_1 - 2\,k_{12}k_{21}\ .\ \frac{B}{A^2+B^2}\right\}\right]$$

$$\dot{\Delta}_1 = \dot{J}_1\left[\left\{0{,}282 + \frac{2\ .\ 8{,}85\ .\ 2{,}45\ .\ 20{,}1409}{20{,}1409^2 + 5{,}985^2}\right\} - j\left\{10{,}23 - \frac{2\ .\ 8{,}85\ .\ 2{,}95\ .\ 5{,}985}{20{,}1409^2 + 5{,}985^2}\right\}\right]$$

$$\dot{\Delta}_1 = \dot{J}_1\left[2{,}664 - j\,9{,}522\right]$$

$$\dot{J}_1 = \dot{\Delta}_1\,\frac{2{,}664 + j\ .\ 9{,}522}{2{,}664^2 + 9{,}522^2} = \dot{\Delta}_1\left[\frac{2{,}664}{97{,}768} + j\,\frac{9{,}522}{97{,}768}\right]$$

für $\mathcal{A}_1 = 57{,}8$ wird:

$$\dot{J}_1 = 1{,}575 + j \cdot 5{,}629 \text{ (in Bezug auf } \dot{\mathcal{A}}_1)$$

der absolute Wert von J_1 rechnet sich demnach:

$$J_1 = \sqrt{1{,}575^2 + 5{,}629^2} = 5{,}846 \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[-2\, k_{12} \frac{B}{A^2 + B^2} + j\, 2 \cdot k_{12} \cdot \frac{A}{A^2 + B^2} \right]$$

$$= \dot{J}_1 \left[-2 \cdot 8{,}85 \cdot \frac{5{,}985}{20{,}141^2 + 35{,}82} + j \cdot 2 \cdot 8{,}85 \cdot \frac{20{,}141}{20{,}141^2 + 35{,}82} \right]$$

für $J_1 = 5{,}846$ Amp.

$$\dot{J}_2 = -1{,}402 + j \cdot 4{,}725 \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_1)$$

$$J_2 = \sqrt{1{,}402^2 + 4{,}725^2} = 4{,}920 \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 \left[-\alpha \cdot \frac{3}{2\, k_{12}} \cdot k_1 + j \cdot \alpha \frac{1}{2\, k_{12}} \cdot r_1 \right]$$

$$= \dot{J}_2 \left[-0{,}166^3 \cdot \frac{3}{2 \cdot 8{,}85} \cdot 10{,}23 + j \cdot 0{,}166 \cdot \frac{1}{2 \cdot 8{,}85} \cdot 0{,}282 \right]$$

für $J_2 = 4{,}920$ Amp.

$$\dot{J}_3 = -1{,}419 + j \cdot 0{,}013 \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_2)$$

$$J_3 = \sqrt{1{,}419^2 + 0{,}013} = 1{,}426^2 \text{ Amp.}$$

$$\dot{\mathcal{A}}_2 = \dot{J}_2 \cdot R_2$$

wird in diesem Fall natürlich auch $\mathcal{A}_2 = J_2 \cdot R_2$

$$\mathcal{A}_2 = 4{,}920 \cdot 20 = 98{,}4 \text{ Volt.}$$

$$3 \cdot W_m = -J_1^2 \cdot 2 \cdot \frac{k_{12}\, k_{21}}{A^2 + B^2} \left[A + \alpha\, r_1 \right] \cdot 3$$

$$= -5{,}846^2 \cdot 2 \cdot \frac{8{,}85 \cdot 2{,}95}{20{,}141^2 + 35{,}82} \left[20{,}141 + 0{,}166 \cdot 0{,}282 \right] \cdot 3$$

$$3 \cdot W_m = -(244{,}20 + 0{,}57) = 244{,}77 \text{ Watt.}$$

$\underline{R_2 = 10\ \Omega}$

A wird in diesem Falle $10{,}1409$

$$\dot{J}_1 = \dot{J}_1 \left[\left\{ 0{,}282 + \frac{52{,}215 \cdot 10{,}141}{10{,}141^2 + 35{,}82} \right\} - j \left\{ 10{,}23 - \frac{312{,}506}{10{,}141^2 + 35{,}82} \right\} \right]$$

$$57{,}8 = \dot{J}_1 \left[4{,}101 - j \cdot 7{,}976 \right]$$

$$\dot{J}_1 = 2{,}947 + j \cdot 5{,}732 \text{ (in Bezug auf } \dot{\mathcal{A}}_1)$$

$$J_1 = 6{,}44 \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[-\frac{105{,}8}{10{,}141^2 + 35{,}2} + j\, 17{,}1 \cdot \frac{10{,}141}{10{,}141^2 + 35{,}82} \right]$$

$$\dot{J}_2 = -4{,}93 + j \cdot 8{,}34 \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_1)$$

$$J_2 = 9{,}_{67} \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 \, [- 0{,}_{2885} + j \, . \, 0{,}_{00265}]$$

$$\dot{J}_3 = - 2{,}_{789} + j \, . \, 0{,}_{025} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_2)$$

$$J_3 = 2{,}_{79} \text{ Amp.}$$

$$\Delta_2 = 9{,}_{67} \, . \, 10 = 96{,}_7 \text{ Volt}$$

$$3 \text{ Wm} = - 9{,}_{67}{}^2 \cdot \frac{52{,}_2}{10{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \left[10{,}_{141} + 0{,}_{0468} \right] . 3$$

$$3\text{Wm} = - (475{,}_{83} + 2{,}_{19}) = - 478{,}_{02} \text{ Watt}$$

$R_2 = 5 \, \Omega$

$$A = 5{,}_{141}$$

$$\dot{\Delta}_1 = \dot{J}_1 \left[\left\{ 0{,}_{282} + \frac{52{,}_{215} \, . \, 5{,}_{141}}{5{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \right\} - j \left\{ 10{,}_{23} - \frac{312{,}_{506}}{5{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \right\} \right] = 57{,}_8$$

$$\dot{J}_1 = 5{,}_{50} + j \, 6{,}_{221} \text{ (in Bezug auf } \dot{\Delta}_1); \text{ absolut: } J_1 = 8{,}_{32} \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[- \frac{105{,}_8}{5{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} + j \, . \, 17{,}_7 \, . \, \frac{5{,}_{141}}{5{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \right]$$

$$\dot{J}_2 = - 14{,}_{19} + j \, 12{,}_{18} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_1); \text{ absolut: } J_2 = 18{,}_{68} \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 \, [- 0{,}_{2885} + j \, . \, 0{,}_{00265}]$$

$$\dot{J}_3 = - 5{,}_{38} + j \, . \, 0{,}_{05} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_2); \text{ absolut: } J_3 = 5{,}_{38} \text{ Amp.}$$

$$\Delta_2 = 18{,}_{68} \, . \, 5 = 93{,}_{40} \text{ Volt}$$

$$3 \text{ Wm} = - J_1{}^2 \, . \, \frac{52{,}_2}{5{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{28}} \left[5{,}_{141} + 0{,}_{0468} \right] . 3$$

$$3 \text{ Wm} = - (895{,}_7 + 8{,}_{17}) = - 903{,}_{87} \text{ Watt.}$$

$R_2 = 3 \, \Omega$

$$A = 3{,}_{141}$$

$$57{,}_8 = \dot{J}_1 \left[\left\{ 0{,}_{282} + \frac{52{,}_{215} \, . \, 3{,}_{141}}{3{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \right\} - j \left\{ 10{,}_{23} - \frac{312{,}_{506}}{3{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \right\} \right]$$

$$\dot{J}_1 = 8{,}_{45} + j \, . \, 7{,}_{39} \text{ (in Bezug auf } \dot{\Delta}_1); \text{ absolut: } J_1 = 11{,}_{23} \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[- \frac{105{,}_8}{3{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} + j \, . \, 17{,}_7 \, \frac{3{,}_{141}}{3{,}_{141}{}^2 + 35{,}_{82}} \right]$$

$$\dot{J}_2 = - 26{,}_1 + j \, . \, 13{,}_{65} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_1); \text{ absolut: } J_2 = 29{,}_4 \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 \, [- 0{,}_{2885} + j \, 0{,}_{00265}]$$

$$\dot{J}_3 = -8{,}_{48} + j \,.\, 0{,}_{08} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_2\text{); absolut: } J_3 = 8{,}_{48} \text{ Amp.}$$

$$\Delta_2 = 29{,}_4 \,.\, 3 = 88{,}_2 \text{ Volt}$$

$$3\,Wm = -J_1^2 \,.\, \frac{52{,}_2}{3{,}_{141}^2 + 35{,}_{82}} \left[3{,}_{141} + 0{,}_{0468}\right] . 3$$

$$3\,Wm = -(1358{,}_{66} + 20{,}_{29}) = -1378{,}_{97} \text{ Watt.}$$

$R_2 = 2\,\Omega$

$$A = 2{,}_{141}$$

$$57{,}_8 = \dot{J}_1 \left[\left\{0{,}_{282} + \frac{52{,}_{215} \,.\, 2{,}_{141}}{2{,}_{141}^2 + 35{,}_{82}}\right\} - j\left\{10{,}_{23} - \frac{312{,}_{506}}{2{,}_{141}^2 + 35{,}_{82}}\right\}\right]$$

$$\dot{J}_1 = 11{,}_{85} + j \,.\, 9{,}_{29} \text{ (in Bezug auf } \Delta_1\text{); absolut: } J_1 = 14{,}_{67} \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1\left[-\frac{105{,}_8}{2{,}_{141}^2 + 35{,}_{82}} + j \,.\, 17{,}_7 \,.\, \frac{2{,}_{141}}{2{,}_{141}^2 + 35{,}_{82}}\right]$$

$$\dot{J}_2 = -38{,}_{49} + j \,.\, 13{,}_{77} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_1\text{); absolut: } J_2 = 40{,}_8 \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2\,[-0{,}_{2885} + j \,.\, 0{,}_{00265}]$$

$$\dot{J}_3 = -11{,}_{78} + j \,.\, 0{,}_{11} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_2\text{); absolut: } J_3 = 11{,}_{78} \text{ Amp.}$$

$$\Delta_2 = 40{,}_8 \,.\, 2 = 81{,}_6 \text{ Volt.}$$

$$3\,Wm = -J_1^2 \,.\, \frac{52{,}_2}{2{,}_{141}^2 + 35{,}_{82}}\left[2{,}_{141} + 0{,}_{0468}\right] . 3$$

$$3\,Wm = -(1786{,}_5 + 39{,}_{14}) = -1825{,}_{64} \text{ Watt.}$$

$R_2 = 1{,}_5\,\Omega$

$$A = 1{,}_{141}$$

$$57{,}_8 = \dot{J}_1\left[\left\{0{,}_{282} + \frac{52{,}_{215} \,.\, 1{,}_{641}}{1{,}_{641}^2 + 35{,}_{82}}\right\} - j\left\{10{,}_{23} - \frac{312{,}_{506}}{1{,}_{641}^2 + 35{,}_{82}}\right\}\right]$$

$$\dot{J}_1 = 13{,}_{47} + j \,.\, 11{,}_{36} \text{ (in Bezug auf } \Delta_1\text{); absolut: } J_1 = 17{,}_{62} \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1\left[-\frac{105{,}_8}{1{,}_{641}^2 + 35{,}_{82}} + j \,.\, 17{,}_7 \,.\, \frac{1{,}_{641}}{1{,}_{641}^2 + 35{,}_{82}}\right]$$

$$\dot{J}_2 = -48{,}_5 + j \,.\, 13{,}_3 \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_1\text{); absolut: } J_2 = 50{,}_3 \text{ Amp.}$$

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2\,[-0{,}_{2885} + j \,.\, 0{,}_{00265}]$$

$$\dot{J}_3 = -14{,}_{49} + j \,.\, 0{,}_{13} \text{ (in Bezug auf } \dot{J}_2\text{); absolut: } J_3 = 14{,}_{49} \text{ Amp.}$$

$$\Delta_2 = 50{,}_3 \,.\, 1{,}_5 = 75{,}_4 \text{ Volt.}$$

$$3\,Wm = -J_1^2 \,.\, \frac{52{,}_2}{1{,}_{641}^2 + 35{,}_{82}}\left[1{,}_{641} + 0{,}_{0468}\right] . 3$$

$$3\,Wm = -(2072{,}_3 + 59{,}_2) = -2131{,}_5 \text{ Watt.}$$

$R_2 = 1\,\Omega$

$$A = 1{,}141$$

$$57{,}8 = \dot{J}_1 \left[\left\{ 0{,}282 + \frac{52{,}215 \cdot 1{,}141}{1{,}141^2 + 35{,}82} \right\} - j \left\{ 10{,}23 - \frac{312{,}506}{1{,}141^2 + 35{,}82} \right\} \right]$$

$\dot{J}_1 = 15{,}94 + j \cdot 15{,}30$ (in Bezug auf $\dot{\mathcal{A}}_1$); absolut: $J_1 = 22{,}09$ Amp.

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[- \frac{105{,}8}{1{,}141^2 + 35{,}82} + j \cdot 17{,}7 \cdot \frac{1{,}141}{1{,}141^2 + 35{,}82} \right]$$

$\dot{J}_2 = -63{,}2 + j \cdot 12{,}01$ (in Bezug auf $\dot{J}_1$); absolut: $J_2 = 64{,}3$ Amp.

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 [-0{,}2885 + j\ 0{,}00265]$$

$\dot{J}_3 = -18{,}51 + j \cdot 0{,}17$ (in Bezug auf $\dot{J}_2$); absolut: $J_3 = 18{,}52$ Amp.

$$\dot{\mathcal{A}}_2 = 64{,}3 \cdot 1 = 64{,}3 \text{ Volt.}$$

$$3\ W_m = - J_1^2 \cdot \frac{52{,}3}{1{,}141^2 + 35{,}82} \cdot \left[1{,}141 + 0{,}0468 \right] \cdot 3$$

$$3\ W_m = -(2350{,}78 + 96{,}65) = -2447{,}43 \text{ Watt.}$$

$R_2 = 0\,\Omega$ (Kurzschluß)

$$A = 0{,}141$$

$$57{,}8 = \dot{J}_1 \left[\left\{ 0{,}282 + \frac{52{,}215 \cdot 0{,}141}{0{,}141^2 + 35{,}82} \right\} - j \left\{ 10{,}23 - \frac{312{,}506}{0{,}141^2 + 35{,}82} \right\} \right]$$

$\dot{J}_1 = 11{,}18 + j\ 34{,}66$ (in Bezug auf $\dot{\mathcal{A}}_1$; absolut: $J_1 = 36{,}42$ Amp.

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_1 \left[- \frac{105{,}8}{0{,}141^2 + 35{,}82} + j \cdot 17{,}7 \cdot \frac{0{,}141}{0{,}141^2 + 35{,}82} \right]$$

$\dot{J}_2 = -107{,}3 + j \cdot 2{,}53$ (in Bezug auf $\dot{J}_1$); absolut: $J_2 = 107{,}5$ Amp.

$$\dot{J}_3 = \dot{J}_2 [-0{,}2885 + j \cdot 0{,}00265]$$

$\dot{J}_3 = -31{,}05 + j\ 0{,}285$ (in Bezug auf $\dot{J}_2$); absolut: $J_3 = 31{,}05$ Amp.

$$\dot{\mathcal{A}}_2 = 0 \text{ Volt.}$$

Zum weiteren Vergleich mit den experimentell aufgenommenen Werten soll jetzt noch gerechnet werden:

die primär aufgenommene Leistung: $3 \cdot W_1 = 3 \cdot \mathcal{A}_1 \cdot$ (Wattkomponente von J_1)

der wirklich gemessene Primärstrom: $J_{1g} = \sqrt{J_1^2 + J_3^2}$

der scheinbare primäre cosinus: $\cos\varphi_1 = \dfrac{3 \cdot W_1}{3 \cdot \mathcal{A}_1 \cdot J_1}$

der meßbare primäre cosinus: $\cos\varphi_{1g} = \dfrac{3 \cdot W_1}{3 \cdot \mathcal{A}_1 \cdot J_{1g}}$

die abgegebene elektrische Leistung: $W_{2g} = \mathcal{A}_2 \cdot J_2$

der effektive Wirkungsgrad ohne Berücksichtigung der Eisen- und Reibungsverluste: $\eta = \dfrac{3 \cdot W_{2g}}{3 \cdot W_1 + 3\,W_m}$

für $R_2 = 20\ \Omega$

Wattkomponente von J_1 : $1{,}_{575}$ Amp.

$$3 \cdot W_1 = 3 \cdot 57{,}_8 \cdot 1{,}_{575} = 272{,}_8 \text{ Watt}$$

$$J_{1g} = \sqrt{5{,}_{84}^2 + 1{,}_{42}^2} = 6{,}_{01} \text{ Amp.}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{272{,}_8}{3 \cdot 57{,}_8 \cdot 5{,}_{84}} = 0{,}_{269} \; ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{272{,}_8}{3 \cdot 57{,}_8 \cdot 6{,}_{01}} = 0{,}_{262}$$

$$W_{2g} = 98{,}_4 \cdot 4{,}_{92} = 485{,}_5 \text{ Watt}$$

$$\eta = \frac{485{,}_5}{272{,}_8 + 244{,}_{75}} = 0{,}_{938}$$

$R_2 = 10\ \Omega$

Wattkomponente von J_1 : $= 2{,}_{947}$ Amp.

$$3 \cdot W_1 = 3 \cdot 57{,}_8 \cdot 2{,}_{947} = 510{,}_4 \text{ Watt} \; ; \quad J_{1g} = \sqrt{6{,}_{44}^2 + 2{,}_{79}^2} = 7{,}_{02} \text{ Amp.}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{510{,}_4}{3 \cdot 57{,}_8 \cdot 2{,}_{947}} = 0{,}_{458} \; ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{510{,}_4}{3 \cdot 57{,}_8 \cdot 7{,}_{02}} = 0{,}_{423}$$

$$W_{2g} = 96{,}_7 \cdot 9{,}_{67} = 936{,}_5 \text{ Watt} \; ; \quad \eta = \frac{936{,}_5}{510{,}_4 + 478{,}_{02}} = 0{,}_{947}$$

$R_2 = 5\ \Omega$

Wattkomponente von J_1 : $5{,}_{50}$ Amp.

$$3 \cdot W_1 = 173{,}_4 \cdot 5{,}_{50} = 953{,}_3 \text{ Watt} \quad ; \quad J_{1g} = \sqrt{8{,}_{32}^2 + 5{,}_{38}^2} = 9{,}_{91} \text{ Amp.}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{953{,}_3}{173{,}_4 \cdot 8{,}_{32}} = 0{,}_{66} \quad ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{953{,}_3}{173{,}_4 \cdot 9{,}_{91}} = 0{,}_{556}$$

$$W_{2g} = 93{,}_4 \cdot 18{,}_{68} = 1744{,}_4 \text{ Watt} \quad ; \quad \eta = \frac{1744{,}_4}{953{,}_3 + 903{,}_{87}} = 0{,}_{939}$$

$R_2 = 3\ \Omega$

Wattkomponente von J_1 : $8{,}_{45}$ Amp.

$$3 \cdot W_1 = 173{,}_4 \cdot 8{,}_{45} = 1463{,}_8 \text{ Watt} \quad ; \quad J_{1g} = \sqrt{11{,}_{23}^2 + 8{,}_{48}^2} = 14{,}_{07} \text{ Amp.}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{1463{,}_8}{173{,}_4 \cdot 11{,}_{23}} = 0{,}_{753} \quad ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{1463{,}_8}{173{,}_4 \cdot 14{,}_{07}} = 0{,}_{601}$$

$$W_{2g} = 88{,}_2 \cdot 29{,}_4 = 2598{,}_6 \text{ Watt} \quad ; \quad \eta = \frac{2598{,}_6}{1463{,}_8 + 1378{,}_{97}} = 0{,}_{914}$$

$R_2 = 2\ \Omega$

Wattkomponente von J_1 : $11{,}_{35}$ Amp.

$$3 \cdot W_1 = 173{,}_4 \cdot 11{,}_{35} = 1966{,}_4 \text{ Watt} \; ; \quad J_{1g} = \sqrt{14{,}_{67}^2 + 11{,}_{78}^2} = 18{,}_{82} \text{ Amp.}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{1966{,}_4}{173{,}_4 \cdot 14{,}_{67}} = 0{,}_{774} \quad ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{1966{,}_4}{173{,}_4 \cdot 18{,}_{82}} = 0{,}_{603}$$

$$W_{2g} = 81{,}_6 \cdot 40{,}_8 = 3341{,}7 \text{ Watt} \quad ; \quad \eta = \frac{3341{,}_7}{1966{,}_4 + 1825{,}_6} = 0{,}_{881}$$

$R_2 = 1{,}5\ \Omega$

Wattkomponente von J_1 : $13{,}_{47}$ Amp.

$3 \cdot W_1 = 173{,}_4 \cdot 13{,}_{47} = 2332{,}_5$ Watt; $J_{1g} = \sqrt{17{,}_{62}^2 + 14{,}_{49}^2} = 22{,}_{81}$ Amp.

$$\cos\varphi_1 = \frac{2332{,}_5}{173{,}_4 \cdot 17{,}_{62}} = 0{,}_{764} \quad ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{2332{,}_5}{173{,}_4 \cdot 22{,}_{81}} = 0{,}_{59}$$

$$W_{2g} = 75{,}_4 \cdot 50{,}_3 = 3793{,}_2 \text{ Watt} \quad ; \quad \eta = \frac{3793{,}_2}{2332{,}_5 + 2131{,}_5} = 0{,}_{849}$$

$R_2 = 1\ \Omega.$

Wattkomponente von J_1 : $15{,}_{94}$ Amp.

$3 \cdot W_1 = 173{,}_4 \cdot 15{,}_{94} = 2760{,}_8$ Watt ; $J_{1g} = \sqrt{22{,}_{09}^2 + 18{,}_{52}^2} = 28{,}_{83}$ Amp.

$$\cos\varphi_1 = \frac{2760{,}_8}{173{,}_4 \cdot 15{,}_{94}} = 0{,}_{723} \quad ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{2760{,}_8}{173{,}_4 \cdot 28{,}_{83}} = 0{,}_{553}$$

$$W_{2g} = 64{,}_8 \cdot 64{,}_8 = 4125{,}_8 \text{ Watt} \; ; \; \eta = \frac{4125{,}_8}{2760{,}_8 + 2447{,}_4} = 0{,}_{792}$$

$R_2 = 0\ \Omega$ (Kurzschluß.)

Wattkomponente von J_1 : $11{,}_{18}$ Amp.

$3 \cdot W_1 = 173{,}_2 \cdot 11{,}_{18} = 1940$ Watt ; $J_{1g} = \sqrt{36{,}_{42}^2 + 31{,}_{05}^2} = 47{,}_{86}$ Amp.

$$\cos\varphi_1 = \frac{1940}{173{,}_4 \cdot 36{,}_{42}} = 0{,}_{808} \quad ; \quad \cos\varphi_{1g} = \frac{1940}{173{,}_4 \cdot 47{,}_{86}} = 0{,}_{234}$$

Beschreibung der Meßanordnung für die experimentelle Untersuchung.

Die als Periodenumformer benützte Maschine war ein dreipferdiger Drehstrommotor Type Nd 3 der E.-A.-G. vormals Schuckert & Co. Die normale Spannung für 50 Perioden war 125 Volt und wurde dementsprechend bei der Speisung mit 40periodigem Strom auf 100 Volt reduziert. Die wichtigsten mechanischen und elektrischen Größen der Maschine sind bereits auf Seite 50—51 angegeben.

Auf dem Schaltungsschema der Versuchsanordnung Abb. 26 bedeutet „AM1“ den untersuchten Periodenumformer. Als Stromabnahme dienten die mit 1 und 3 bezeichneten Schleifringe. Der Sternpunkt der Rotorwicklung war an die Welle gelegt und konnte bei O durch eine kleine Hilfsbürste angeschlossen werden.

Der Antrieb des Periodenumformers erfolgte durch einen als Synchronmotor laufenden rotierenden Umwandler „S. M.“

Um den Synchronmotor auf das Primärnetz schalten zu können, war noch ein zweiter Asynchronmotor „AM2" mit ihm gekuppelt, der als Anwurfmaschine diente. Das Anlassen geschah mit dem Wasseranlasser „A. W.".

Im Schaltungsschema bedeuten ferner:

s die Bleisicherungen.
S die Schalter.
L die Pilotenlampen für die Parallelschaltung des Synchronmotors auf das Netz.
V_1 das Voltmeter zum Synchronisieren.
A_1 das Ampèremeter für den Synchronmotorstrom.
W_1 Wattmeter für die vom Synchronmotor aufgenommene Leistung (Schaltung mit künstlichem Nullpunkt).
R_V Wattmetervorschaltwiderstände.
S.T. Spannungsteiler zur Regulierung der Erregung des Synchronmotors.
A_2 Ampèremeter für den Erregerstrom des Synchron-Motors.
A_3; A_4; A_5 Ampèremeter im primären Stromkreis des Periodenumformers.
W_2 Wattmeter für die primär aufgenommene Leistung des P.-U.
U_W Wattmeterumschalter (für 2 Wattmetermethode).
M_1 Umschalter für die Spannungsspule des Wattmeters.
V_2 Voltmeter für die Netzspannung und die 3 primären Klemmenspannungen.
U_2 Umschalter hiezu.
A_6 Ampèremeter im sekundären Stromkreis des P.-U.
W_3 Wattmeter daselbst.
V_3 Voltmeter für die 3 sekundären Klemmenspannungen und die 3 Phasenspannungen.
M_3 Umschalter hiezu.

Die Speisung des gesamten primären Netzes geschah mit einem als Drehstromgenerator benützten rotierenden Umformer von Siemens & Halske Mod NP $^{14}/_{15}$ 183 $\frac{\sim}{\wedge}$ V. 50 Amp.

Der Hilfsdrehstrommotor AM2 wurde auch als Periodenumformer benützt bei Aufnahme der Oscillogramme, die in Abb. 12 und Abb. 12^a wiedergegeben sind. Zu diesem Zwecke

wurde in den primären Stromkreis ein Umschalter eingebaut, durch den [nach erfolgter Inbetriebsetzung des Synchronmotors] die Richtung des Drehfeldes geändert werden konnte. Der dann im Rotor erzeugte Strom von 80 Perioden wurde wieder dem Rotor des untersuchten Periodenumformers zugeführt. Diese hiezu nötigen Schalter sind im Schema nicht eingezeichnet, um die Übersichtlichkeit nicht zu stören; aus dem gleichen Grunde ist auch die Schaltung des Oscillographen nicht angegeben.

Bei der Messung ergaben sich die 3 primären Klemmenspannungen des Generators als praktisch gleich; ebenso waren auch die 3 primär aufgenommenen Stromstärken nur wenig verschieden und sind daher in den späteren Tabellen für beide Größen nur die Mittelwerte angegeben.

Von den sekundären Spannungen wurde nur mehr die in Betracht kommende Klemmenspannung J_2 an den Schleifringen 1 und 3 in die Tabellen aufgenommen; da die übrigen Spannungswerte für das praktische Verhalten des Periodenumformers ohne Belang sind.

Ergebnis der experimentellen Untersuchung.

Konstant einreguliert wurde:

die primär zugeführte Periodenzahl: $\nu_1 = 40$ [Generator $p = 2$; $n = 1200$];

die primäre Klemmenspannung: [...] J_1 100 Volt;

die Rotortourenzahl n_2 1200 entsprechend $\nu_2 = 40$ [Periodenumformer hat p 2]. Die Drehrichtung des Rotors ist dem Drehsinn des Statordrehfeldes entgegengesetzt.

Geändert: wurde der der Einphasenwicklung des Rotors entnommene Belastungsstrom J_2 durch Veränderung des Belastungswiderstandes R_2 [Belastung induktionsfrei].

Gemessen: Rotorstrom J_2; Rotorklemmenspannung J_2; Statorphasenstrom $J_{1,2}$; gesamte dem Stator zugeführte el. Leistung $3 . W_1$; gesamte dem Synchronmotor zugeführte Leistung W.

J_2	J_2	J_{1g}	$3.W_1$	W	J_2	J_2	J_{1g}	$3.W_1$	W
0	$100_{,2}$	$5_{,7}$	$143_{,2}$	700	$35_{,15}$	$82_{,5}$	$16_{,73}$	1839	2670
$4_{,81}$	$98_{,1}$	$6_{,13}$	392	975	$40_{,25}$	$79_{,5}$	$18_{,82}$	2035	2925
$9_{,78}$	$96_{,5}$	$7_{,25}$	631	1250	$45_{,5}$	$75_{,0}$	$21_{,33}$	2260	3170
$14_{,71}$	$94_{,3}$	$8_{,73}$	875	1515	$50_{,6}$	$71_{,3}$	$23_{,52}$	2435	3420
$20_{,02}$	$91_{,8}$	$10_{,65}$	1135	1830	$55_{,7}$	$66_{,1}$	$26_{,0}$	2620	3650
$24_{,65}$	$89_{,5}$	$12_{,16}$	1358	2080	$60_{,7}$	$62_{,0}$	$29_{,1}$	2710	3880
$29_{,35}$	$86_{,3}$	$12_{,16}$	1572	2350					

Die so durch Messung ermittelten Werte wurden als Funktion von J_2 graphisch aufgetragen.

Für $J_2 = 0$, 6, 12, 18 etc. wurden aus diesen Kurven die graphisch korrigierten Werte der obigen Größen entnommen und für weitere Berechnungen in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Aus den graphisch korrigierten Versuchswerten:					Auf Grund der nachstehend angegebenen Formeln gerechnet:					
J_2	J_2	J_{1g}	$3.W_1$	W	W_{2g}	$3.W_m$	$3.V.A_1$	$\cos\varphi_{1g}$	η_s %	η_i %
0	$100_{,2}$	$5_{,7}$	140	711	0	—	—	0,142	0	0
6	$98_{,0}$	$6_{,5}$	440	1040	588	480	1125	0,392	$28_{,8}$	$64_{,0}$
12	$95_{,5}$	$7_{,8}$	740	1375	1145	790	1350	0,548	$39_{,8}$	$74_{,8}$
18	$92_{,8}$	$9_{,8}$	1040	1720	1670	1110	1697	0,614	$43_{,1}$	$77_{,6}$
24	$89_{,8}$	$12_{,1}$	1330	2050	2160	1415	2095	0,637	$44_{,5}$	$78_{,7}$
30	$86_{,25}$	$14_{,5}$	1610	2375	2590	1715	2510	0,642	$44_{,5}$	$78_{,0}$
36	$82_{,5}$	$16_{,9}$	1875	2700	2970	2010	2925	0,643	$43_{,7}$	$76_{,5}$
42	$78_{,25}$	$19_{,6}$	2130	3010	3290	2250	3390	0,628	$42_{,7}$	$75_{,2}$
48	$73_{,1}$	$22_{,1}$	2360	3300	3530	2480	3875	0,609	$40_{,7}$	$72_{,9}$
54	$68_{,4}$	$25_{,3}$	2550	3585	3700	2710	4375	0,583	$39_{,0}$	$70_{,3}$
60	$63_{,0}$	$28_{,8}$	2700	3850	3780	2930	4980	0,543	$36_{,3}$	$67_{,2}$

Die vorstehend gerechneten Werte wurden wie folgt gefunden:

W_{2g} = vom Rotor abgegebene elektrische Leistung = $\mathcal{A}_2 \cdot J_2$,

$3W_m$ = vom Synchronmotor an den Periodenumformer abgegebene mechanische Leistung in Watt.

Der Synchronmotor wurde unter den gleichen Bedingungen, wie sie bei den Versuchen vorlagen, gebremst und zu der jeweilig elektr. aufgenommenen Leistung W die an der Welle mechanisch abgegebene Leistung $3 \cdot W_m$ bestimmt.

$3.V.A_1$ = scheinbar aufgenommene primäre Leistung = $3 \cdot \mathcal{A}_1 \cdot J_{1g}$,

$\cos\varphi_{1g}$ = meßbarer primärer $\cos\varphi = \frac{3 \cdot W_1}{3 \mathcal{A}_1 \cdot J_{1g}} = \frac{W_1}{V. A_1}$

η_s = scheinbarer Wirkungsgrad; das Verhältnis zwischen der abgegebenen elekrischen Leistung zu der Summe aus zugeführter mechanischer Leistung und scheinbar zugeführter elektr. Leistung $\eta_s = \frac{W_{2g}}{3W_m + 3 \cdot V.A_1}$.

η_l = effektiver Wirkungsgrad; Verhältnis zwischen der abgegebenen elektr. Leistung zu der Summe aus zugeführter mechanischer Leistung und zugeführter elektrischer Leistung $\eta_l = \frac{W_{2e}}{3 \cdot W_m + 3 \cdot W_1}$.

Graphische Darstellung der charakteristischen Kurven:

(Vergleich zwischen den experimentell aufgenommenen und den durch Rechnung gefundenen Werten.)

In den Abbildungen 27 ÷ 31 sind die Resultate graphisch aufgetragen, welche aus den Berechnungen Seite 51 bis Seite 58 folgen.

Die Unterschiede, welche sich ergeben, kommen daher, daß die Eisen- und Reibungsverluste bei der Rechnung zu Null gesetzt wurden. Diese Vernachlässigung macht sich schon deutlich in den Kurven für $3 \cdot W_1$ und $3 W_m$ bemerkbar und tritt besonders stark für die Wirkungsgradkurve in Erscheinung. Eine weitere, der Rechnung zugrunde gelegte Annahme war ja auch die, daß

der Generator unendlich groß sei (s. S. 52), was für die Versuchsanordnung ebenfalls nicht zutreffend ist.

Abb. 31 zeigt, daß der effektive Wirkungsgrad des untersuchten Periodenumformers praktisch zulässige Werte besitzt. Dagegen ist der scheinbare Wirkungsgrad infolge der großen Phasenverschiebung auf der Primärseite sehr ungünstig (s. S. 43). Aus diesem Grunde wird der Periodenumformer mit einphasig belastetem Sekundärstromkreise auch technisch keine Verwendung finden können.

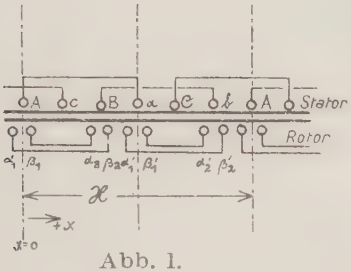

Abb. 1.

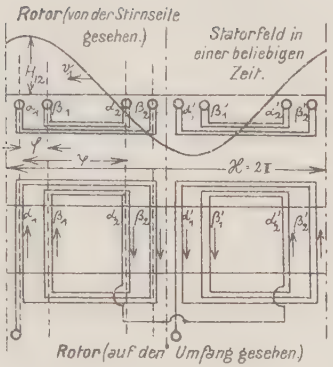

Abb. 2.

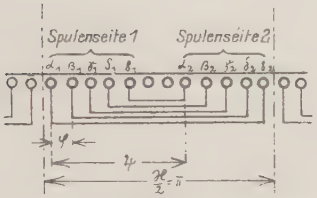

Abb. 3.

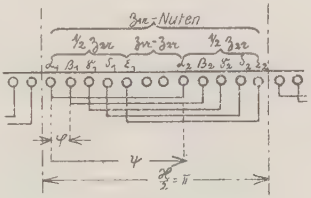

Abb. 4.

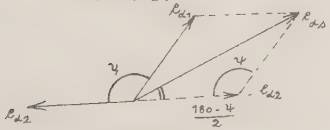

Abb. 5.

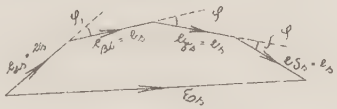

Abb. 6.

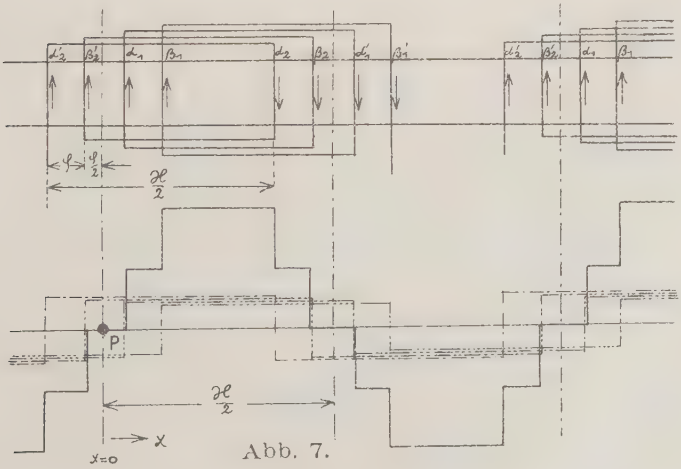

Abb. 7.

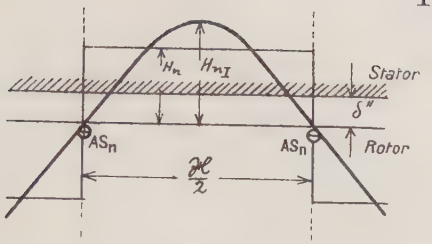

Abb. 8.

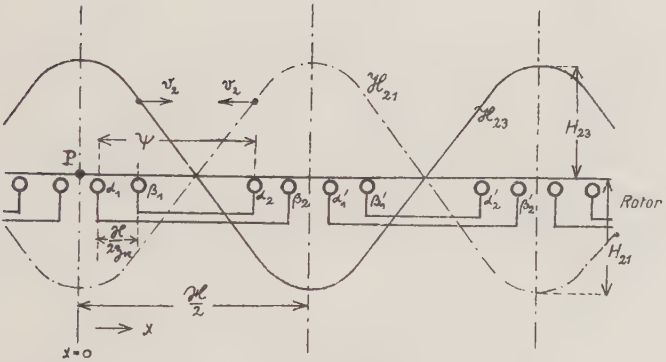

Abb. 9.

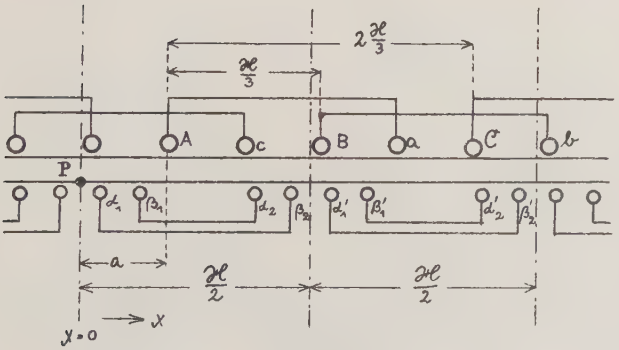

Abb. 10.

Tafel III.

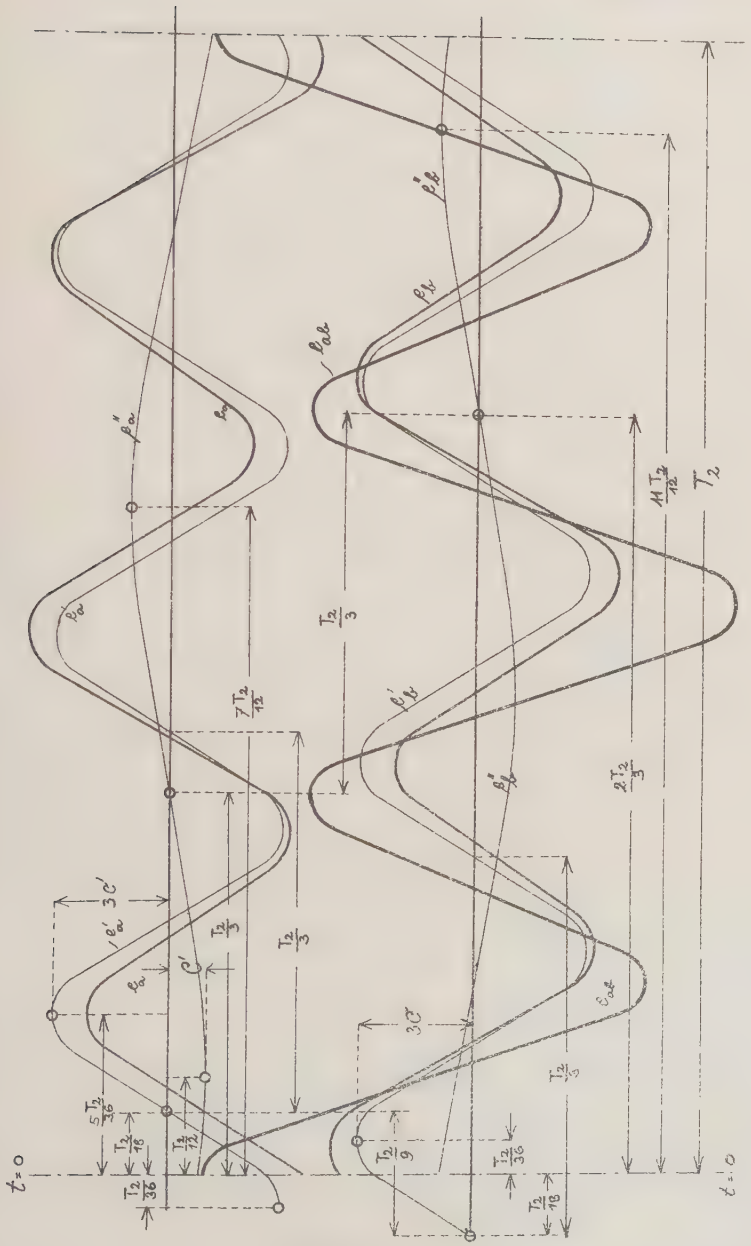

Abb. 11.

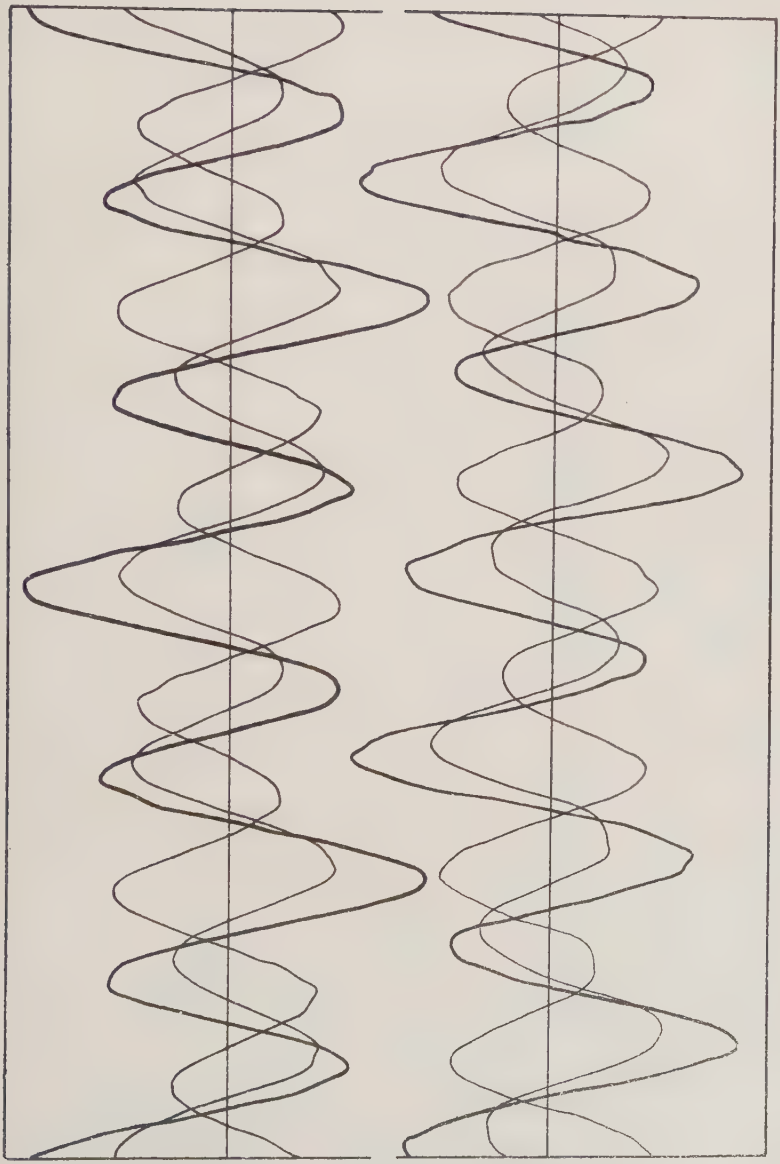

Abb. 12.

Abb. 12a.

Tafel V.

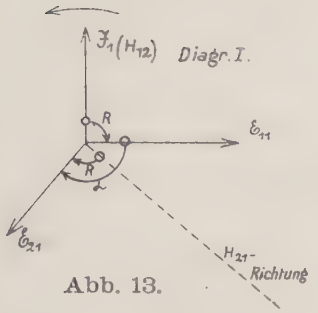

Abb. 13.

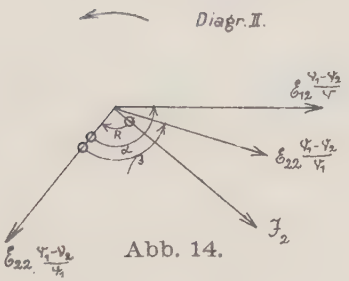

Abb. 14.

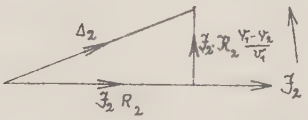

Abb. 15.

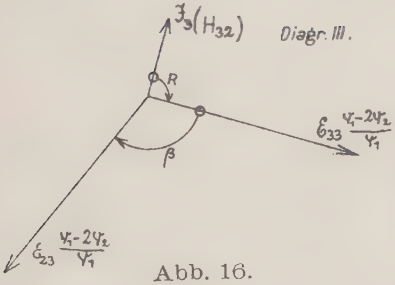

Abb. 16.

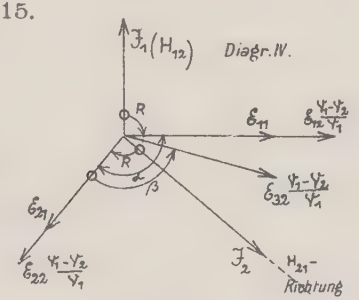

Abb. 17.

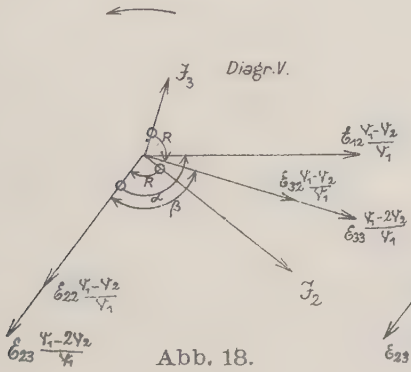

Abb. 18.

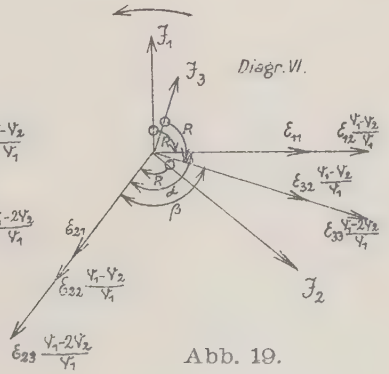

Abb. 19.

Rotor mit 80 periodigem Strom gespeist u. mit 1200 Touren gedreht. Stromkurven bei kurzgeschlossenem Stator im Statorstromkreise. (s. S. 44.)

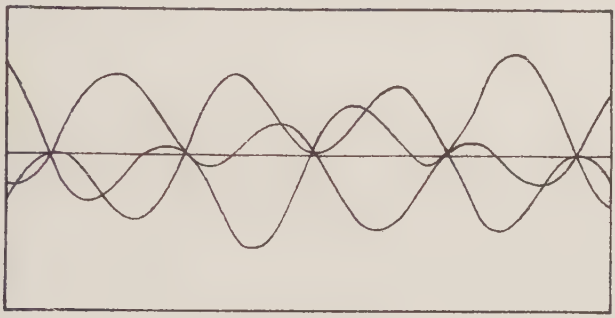

Abb. 20.

Kurvenform der 3 Statorströme bei einer einphasigen Rotorbelastung von J_2=10 Amp. (s. Seite 44.)

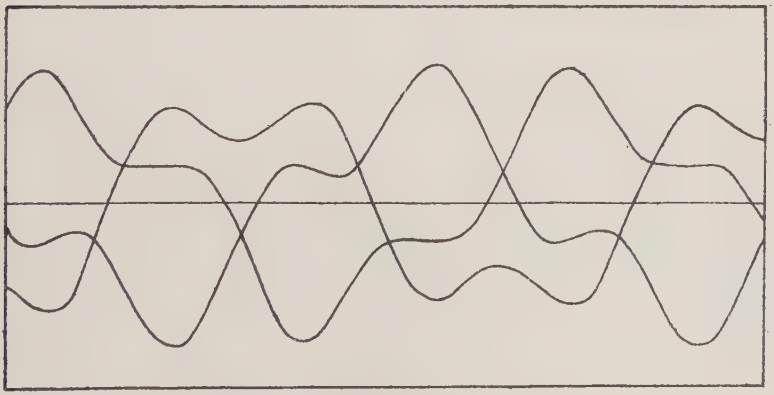

Abb. 21.

Kurvenform der 3 Statorströme bei einer einphasigen Rotorbelastung J_2=20 Amp. (s. Seite 44.)

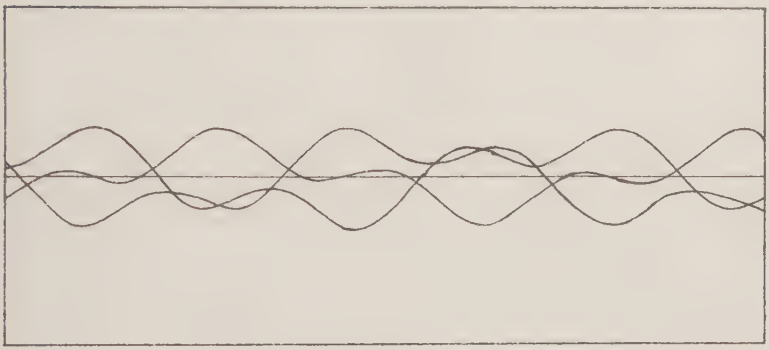

Abb. 22.

Kurvenform der 3 Statorströme bei einer einphasigen Rotorbelastung J_2=40 Amp. (s. Seite 44.)

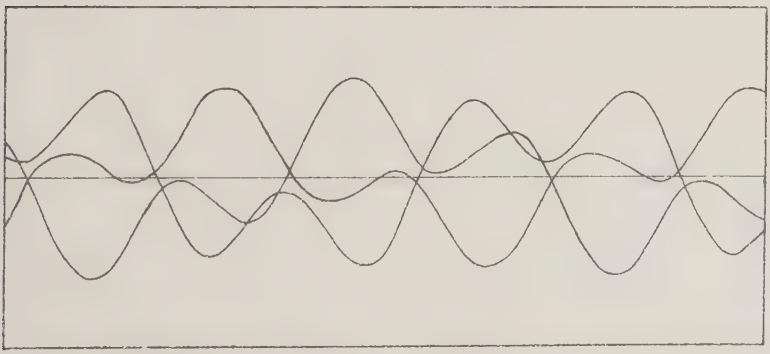

Abb. 23.

Spannungskurven des Generators bei Leerlauf (s. Seite 45.)

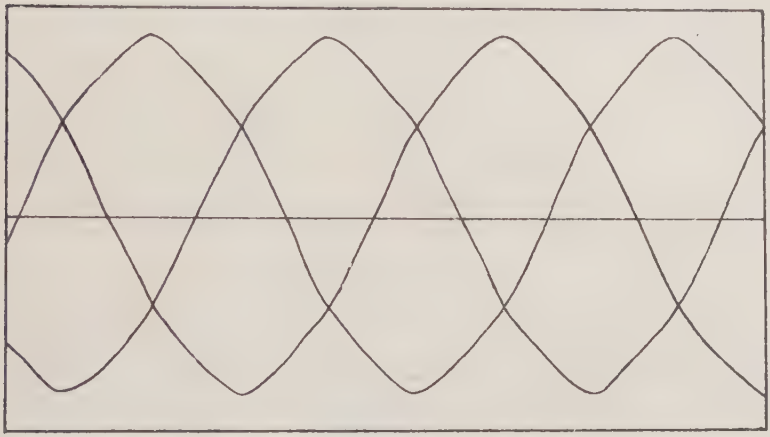

Abb. 24.

Verzerrung der Generatorkurven durch Anschalten des belasteten Periodenumformers (s. Seite 45.)

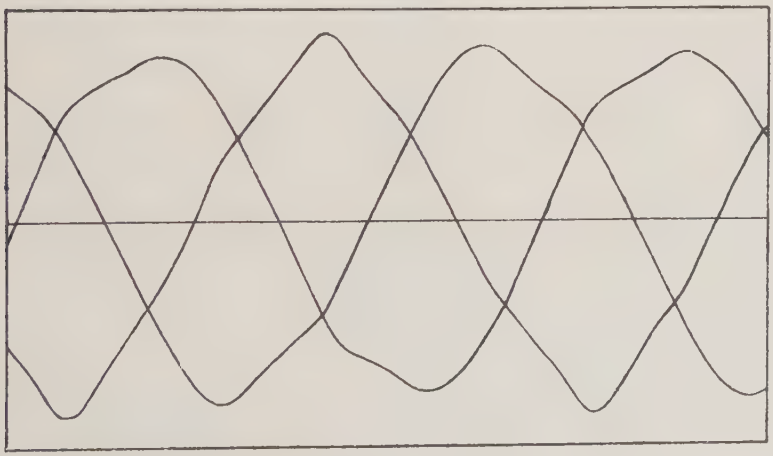

Abb. 25.

Schaltungsschema für die experimentelle Untersuchung.

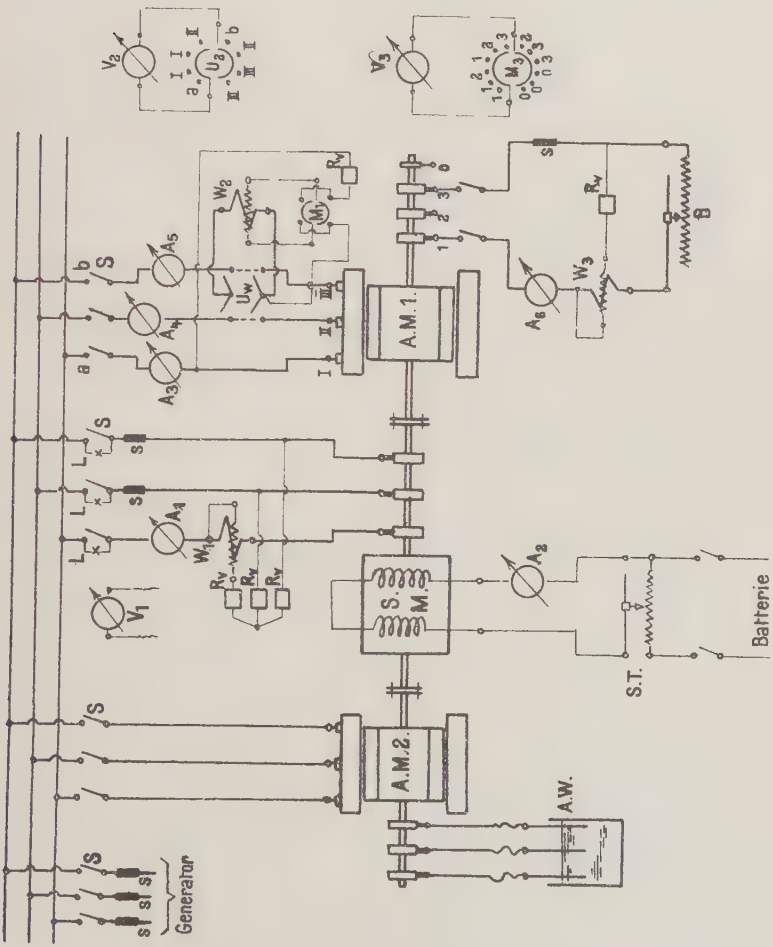

Abb. 26.

Tafel X.

Einphasen-Rotorklemmenspannung Δ_2
und
primär gemessener Phasenstrom J_{1g}
als
Funktion von J_2.

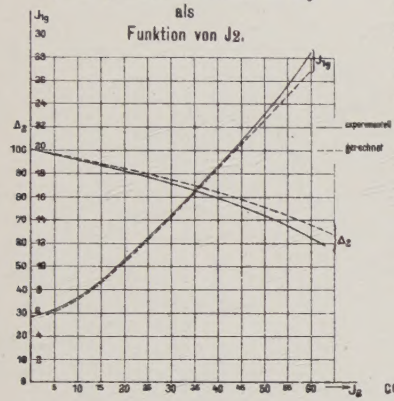

Abb. 27.

Mechanisch zugeführte Leistung 3 Wm
als
Funktion von J_2.

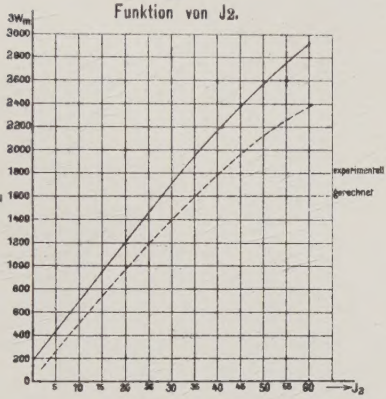

Abb. 29.

Gesammte primär aufgenommene Watt $3.W_1$
als
Funktion von J_2.

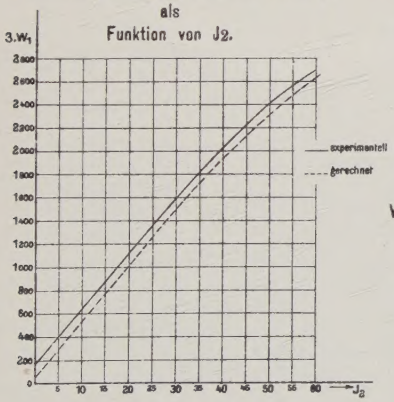

Abb. 28.

$\cos \varphi_1 = \cos (J_1 . \Delta_1)$ und $\cos \varphi_{1g} = \cos (J_{1g}, \Delta_1)$
als
Funktion von J_2.

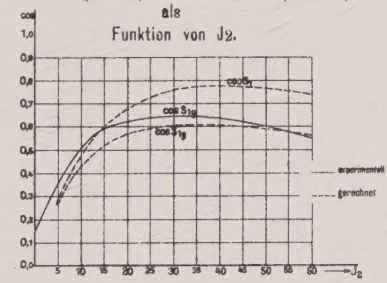

Abb. 30.

Wirkungsgrad η u. scheinbarer Wirkungsgrad η_s
als
Funktion von J_2.

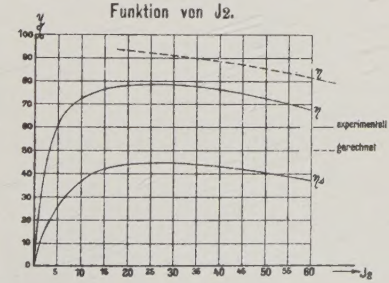

Abb. 31.

Abb. 31.